


Министерство образования Российской Федерации

Иркутский государственный технический университет

ФИЗИКА

**Учебное пособие для студентов
заочной формы обучения
технических вузов**

Издательство Иркутского государственного
технического университета
2001

УДК 53 (075.8)

Рецензенты:

Кафедра теоретической физики, Иркутский государственный университет,
зав. кафедрой, доктор физ.-мат. наук, профессор Валл А.Н.,
Иркутский институт инженеров транспорта, доктор физ.-мат. наук,
профессор Саломатов В.Н.

Ведущий специалист издательства

Е.М.Сякерская

Компьютерный набор Г.С.Иротова, Е.И.Басина, Т.В.Шинкова, Л.А.Герман.

Кузьмина Г.А., Сомина Л.А., Герман Л.А., Шинкова Т.В., Басина Е.И., Павлова Т.О. Физика. Учебное пособие для студентов заочной формы обучения – Иркутск: Изд-во ИрГТУ.- 2001. - 165 с.

Пособие включает в себя программу курса общей физики для инженерных специальностей вузов, методические указания для выполнения контрольных заданий, краткие теоретические сведения, примеры решения задач и контрольные задания.

Пособие состоит из трех разделов. Первый раздел – теория, примеры решения задач и контрольные задания по механике, колебаниям, молекулярной физике, второй раздел – по электромагнетизму, третий – по волновой и квантовой оптике, строению атома и ядра.

Пособие предназначено для студентов заочного обучения вузов, а также может быть использовано студентами дневной формы обучения инженерно-технических специальностей.

© Кузьмина Г.А., Сомина Л.А., Герман Л.А.,
Шинкова Т.В., Басина Е.И., Павлова Т.О.

© Иркутский государственный технический
университет, 2001

Галина Александровна Кузьмина
Людмила Арсентьевна Сомина
Людмила Александровна Герман
Татьяна Владиславовна Шинкова
Елизавета Ивановна Басина
Татьяна Олеговна Павлова

ФИЗИКА

Учебное пособие для студентов
заочной формы обучения
технических вузов

Подготовила к печати

Е.М.Сякерская

Подписано в печать Формат 60×90 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,5.
Уч.-изд. л. 10,0. Тираж 1200 экз.

ЛР № 020263 от 30.12.96

Иркутский государственный технический университет
664074, Иркутск, Лермонтова, 83

ВВЕДЕНИЕ

Процесс приобретения знаний студентами заочной формы обучения обладает определенной спецификой. Имеющиеся учебные пособия по курсу общей физики ориентированы, главным образом, на каждодневное общение преподавателя и студента. Отсутствие такой возможности обуславливают необходимость более детального и упрощенного изложения материала. В особенности это касается методических указаний к решению задач, в которых в предельно ясной форме должен быть изложен алгоритм решения. Кроме того, необходимо, чтобы такие пособия были снабжены различными вариантами контрольных работ, помогающими овладеть разнообразными приемами решения.

Настоящее учебное пособие ориентировано на помощь студентам – заочникам при самостоятельной работе и содержит типовые примеры решения задач по основным разделам общей физики: классической механике, колебаниям, молекулярной физике и термодинамике, постоянному электрическому току и электромагнетизму, атомной и ядерной физике, квантовой механике.

Для облегчения понимания примеров решения задач каждый раздел пособия предварен изложением основных теоретических понятий и физических формул. В конце каждого раздела находятся варианты контрольных работ, выполняемых при самостоятельном решении.

В пособии учтены особенности заочного обучения: разбираются задачи по каждой теме, включенной в контрольные задания и предоставлен выбор задач из предложенных в контрольном задании.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА ФИЗИКИ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ВУЗОВ

Введение

Предмет физики. Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория. Математика и физика. Важнейшие этапы в истории физики. Роль физики в развитии техники и влияние техники на развитие физики. Физика как культура моделирования. Компьютеры в современной физике. Роль физики в становлении инженера. Общая структура и задачи курса физики.

1. Физические основы механики

1.1 Элементы кинематики

Физические модели. Кинематическое описание движения – векторный, координатный и естественный способы описания. Скорость, ускорение, нормальное и тангенциальное ускорения. Угловая скорость и угловое ускорение. Прямая и обратная задачи кинематики. О смысле производной и интеграла в приложении к физическим задачам.

1.2. Динамика материальной точки и твердого тела

Основная задача динамики. Понятие состояния в классической механике. Масса, сила и импульс. Законы Ньютона. Неинерциальные системы отсчета и силы инерции. Границы применимости классического способа описания движения частиц. Момент инерции твердого тела относительно оси. Момент силы, момент импульса. Теорема о движении центра масс. Уравнение динамики вращательного движения.

1.3. Законы сохранения

Законы изменения и сохранения импульса и момента импульса для системы материальных точек. Законы сохранения как проявление свойств пространства - его однородности и изотропности. Работа и кинетическая энергия материальной точки. Мощность. Работа и кинетическая энергия вращательного движения твердого тела. Диссипативные, консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Закон сохранения и превращения энергии и его связь с однородностью времени.

1.4. Элементы релятивистской механики

Инерциальные системы отсчета и принцип относительности. Преобразования Галилея. Инварианты преобразования. Абсолютные и относительные скорости и ускорения. Постулаты специальной теории относительности. Преобразования Лоренца. Следствия из преобразований Лоренца: сокращение движущихся масштабов длины, замедление времени, закон сложения скоростей. Интервал как инвариант теории относительности. Релятивистский импульс. Уравнение движения релятивистской частицы и его инвариантность относительно преобразований Лоренца. Работа и энергия. Инварианты преобразований. Столкновение частиц. Идея ускорителей со встречными пучками.

1.5. Механика сплошных сред

Общие сведения о механике жидкостей и газов. Уравнения равновесия и движения жидкостей. Идеальная и вязкая жидкость. Гидростатика. Уравнение Бернулли. Гидродинамика вязкой жидкости. Течение по трубе. Формулы Пуазейля и Стокса. Турбулентность. Упругие напряжения. Закон Гука. Растяжение и сжатие стержней.

1.6. Дифференциально-интегральный метод в физике

Содержание метода и состав операций по его применению. Использование полярной, сферической и цилиндрической систем координат. Примеры применения дифференциально-интегрального метода.

2. Статистическая физика и термодинамика

2.1. Макроскопические состояния

Тепловое движение. Макроскопические параметры. Уравнения состояния. Внутренняя энергия. Уравнение состояния идеального газа. Давление газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Молекулярно-кинетический смысл температуры.

2.2. Статистические распределения

Понятие о вероятности и функции распределения. Распределение Максвелла. Вычисление средних значений с помощью функции распределения. Распределения Больцмана и Гиббса. Определение энтропии

неравновесной системы через статистический вес состояния. Принцип возрастания энтропии.

2.3. Основы термодинамики

Обратимые и необратимые тепловые процессы. Тепловые процессы. Изопроцессы. Первое начало термодинамики. Энтропия. Второе начало термодинамики. Цикл Карно. Максимальный КПД тепловой машины. Теплоемкость многоатомных газов. Недостаточность классической теории теплоемкостей.

2.4. Явления переноса

Явления диффузии, теплопроводности и внутреннего трения. Коэффициенты диффузии и теплопроводности. Вязкость газов и жидкостей.

2.5. Фазовые равновесия и фазовые превращения

Фазы и фазовые превращения. Условие равновесия фаз. Фазовые диаграммы. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса. Критическая точка. Тройная точка. Изотермы Ван-дер-Ваальса. Фазовые переходы второго рода.

3. Электричество и магнетизм

Предмет классической электродинамики. Идея близкодействия. Дискретность заряда.

3.1. Электростатическое поле в вакууме

Закон Кулона. Напряженность электростатического поля и потенциал, связь между ними. Силовые линии. Принцип суперпозиции полей. Электрический диполь. Поток вектора напряженности. Электростатическая теорема Гаусса в интегральной и дифференциальной формах. Работа электростатического поля. Теорема о циркуляции вектора напряженности в дифференциальной и интегральной формах. Понятие о дивергенции и роторе.

3.2. Электростатическое поле в веществе

Поляризационные заряды. Поляризованность. Однородная и неоднородная поляризация. Электрическое смещение. Основные уравнения электростатики диэлектриков. Граничные условия. Проводник в электростатическом поле. Поверхностная плотность заряда. Граничные условия на границе "проводник-вакуум" и "проводник-диэлектрик".

Электростатическое поле в полости, электростатическая защита. Емкость проводников и конденсаторов. Энергия системы проводников, энергия конденсатора. Объемная плотность энергии электростатического поля.

3.3. Постоянный электрический ток

Условия существования тока. Законы Ома и Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. Сторонние силы. Обобщенный закон Ома. Правила Кирхгофа. Электрический ток в сплошной среде.

3.4. Магнитное поле

Вектор магнитной индукции. Закон Био-Савара-Лапласа. Магнитное поле простейших систем. Уравнения магнитостатики в вакууме в интегральной и дифференциальной формах. Сила Лоренца и сила Ампера. Виток с током в магнитном поле. Вращающий момент и потенциальная энергия витка. Движение заряженных частиц в магнитном поле. Движение проводника в магнитном поле. Явление электромагнитной индукции. Правило Ленца. Явление самоиндукции. Индуктивность длинного соленоида. Коэффициент взаимной индукции. Магнитная энергия тока. Объемная плотность энергии магнитного поля. Молекулярные токи. Намагниченность. Напряженность магнитного поля. Основные уравнения магнитостатики в веществе. Граничные условия.

3.5. Уравнения Максвелла

Фарадеевская и максвелловская трактовки явления электромагнитной индукции. Ток смещения. Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной формах. Векторный и скалярный электродинамический потенциалы.

3.6. Принцип относительности в электродинамике

Инвариантность уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца. Релятивистское преобразование полей, зарядов и токов. Относительность электрических и магнитных полей. Сущность специальной теории относительности.

3.7. Квазистационарное электромагнитное поле

Условие малости токов смещения. Токи Фуко. Квазистационарные явления в линейных проводниках. Установление и исчезновение тока в цепи. Генератор переменного тока.

4. Физика колебаний

Понятие о колебательных процессах. Единый подход к колебаниям различной физической природы.

4.1. Кинематика гармонических колебаний

Амплитуда, круговая частота, фаза гармонических колебаний. Сложение колебаний. Комплексная форма представления колебаний. Векторные диаграммы.

4.2. Гармонический осциллятор

Математический и физический маятники, пружинный маятник, колебательный контур. Свободные затухающие колебания. Логарифмический декремент, добротность. Энергетические соотношения для осциллятора. Действие периодических толчков на гармонический осциллятор. Резонанс. Осциллятор как спектральный прибор. Фурье-разложение, физический смысл разложения. Модулированные колебания. Спектр амплитудно-модулированного колебания. Вынужденные колебания осциллятора под действием синусоидальной силы. Амплитуда и фаза при вынужденных колебаниях. Резонансные кривые.

4.3. Переменный ток

Вынужденные колебания в электрических цепях. Переменный ток. Импеданс. Метод векторных диаграмм.

5. Физика волн

5.1. Волновые процессы

Волны. Плоская синусоидальная волна. Длина волны, волновое число. Группы волн и волновые пакеты. Фазовая и групповая скорости волн, связь между ними. Поляризация и дисперсия волн. Одномерное волновое уравнение. Эффект Доплера. Энергетические соотношения. Вектор Умова. Упругие волны в твердом теле, газах и жидкостях. Распространение упругих волн в Земле.

5.2. Электромагнитные волны

Скорость распространения электромагнитных возмущений. Волновое уравнение. Плоские электромагнитные волны. Поляризация волн. Энергия распространения электромагнитной волны. Вектор Пойнтинга. Излучение диполя. Диаграмма направленности.

5.3. Интерференция и дифракция волн

Интерференция волн. Поведение волны на границе двух сред. Стоячие волны. Понятие о когерентности. Способы получения когерентных источников света. Интерферометры. Дифракция волн. Принцип Гюйгенса-Френеля. Дифракция Френеля. Дифракция Фраунгофера. Простые задачи дифракции: дифракция на одной и многих щелях. Дифракционная решетка. Принцип голографии. Понятие об акустической голографии и ее применении.

5.4. Электромагнитные волны в веществе

Распространение света в веществе. Дисперсия диэлектрической проницаемости. Поглощение света. Поляризация света. Поляризация волн при отражении. Элементы кристаллооптики. Электрооптические и магнитооптические явления. Элементы нелинейной оптики: самофокусировка света, генерация оптических гармоник.

6. Квантовая физика

Противоречия классической физики. Экспериментальное обоснование основных идей квантовой теории.

6.1. Квантовая оптика

Проблемы излучения черного тела. Энергия и импульс световых квантов. Фотоэффект. Эффект Комптона. Образование и аннигиляция электронно-позитронных пар. Элементарная квантовая теория излучения. Вынужденное и спонтанное излучение фотонов

6.2. Корпускулярно-волновой дуализм материи

Гипотеза де Бройля. Дифракция электронов и нейтронов. Микрочастица в двухщелевом интерферометре. Соотношения неопределенностей. Примеры. Наборы одновременно измеряемых величин.

6.3. Квантовые состояния и уравнение Шредингера

Задание состояния микрочастиц. Волновая функция, ее статистический смысл. Объяснение поведения микрочастицы в интерферометре и дифракции электронов и нейтронов на кристаллах. Временное уравнение Шредингера. Стационарное уравнение Шредингера, стационарные состояния. Частица в потенциальном ящике. Прохождение частицы над и под барьером. Туннельный эффект. Гармонический осциллятор.

6.4. Физика атомов и молекул

Теория водородоподобных атомов по Бору. Энергетические уровни. Потенциалы возбуждения и ионизации. Спектры водородоподобных атомов. Мезоатомы. Ширина уровней. Частица в сферически симметричном поле. Квантовые числа. Структура электронных уровней в сложных атомах. Принцип Паули. Периодическая система элементов Д.И. Менделеева. Молекулы. Обменное взаимодействие. Физическая природа химической связи. Ионная и ковалентная связи. Колебания и вращения двухатомной молекулы. Молекулярные спектры.

6.5. Элементы квантовой электроники

Основные этапы развития квантовой электроники. Индуцированные переходы в двухуровневой системе. Принцип работы оптического квантового генератора. Твердотельные и газоразрядные лазеры. Радиоспектроскопия. Метод трех уровней. Приложения квантовой электроники.

7. Элементы квантовой статистики и физики твердого тела

7.1. Понятие о квантовых статистиках Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна

Статистическое описание квантовой системы. Различие между квантовомеханической и статистической вероятностями. Квантовые идеальные газы. Распределения Бозе и Ферми.

7.2. Строение кристаллов

Строение кристаллов. Исследование кристаллических структур методами рентгено-, электроно- и нейтронографии. Точечные дефекты в кристаллах: вакансии, примеси внедрения и замещения. Дислокации и пластичность.

7.3. Фононы. Тепловые свойства твердых тел

Колебания кристаллической решетки. Понятие о фононах. Теплоемкость кристаллов при высоких и низких температурах. Решеточная теплопроводность.

7.4. Электрические и магнитные свойства твердых тел

Электронный Ферми-газ в металле. Уровень и энергия Ферми. Поверхность Ферми. Электронная теплоемкость. Электропроводность металлов. Недостаточность классической электронной теории. Понятие о квантовой теории электропроводности. Явление сверхпроводимости. Куперовские пары. Кулоновское отталкивание и фононное притяжение. Сверхпроводимость 1 и 2 рода. Захват и квантование магнитного потока. Туннельный контакт. Эффект Джозефсона и его применение. Высокотемпературная сверхпроводимость. Элементы зонной теории кристаллов. Заполнение зон: металлы, диэлектрики, полупроводники. Собственные и примесные полупроводники. Контактные явления.

Магнетики. Пара-, диа-, ферро- и антиферромагнетики. Теория ферромагнетизма. Обменное происхождение молекулярного поля. Доменная структура. Техническая кривая намагничивания. Теория молекулярного поля антиферромагнетиков. Ферриты. Спиновые стекла.

8. Физика атомного ядра и элементарных частиц

8.1 Основы ядерной физики

Атомное ядро и его свойства. Модели ядер. Ядерные реакции. Радиоактивные превращения атомных ядер. Реакции деления и синтеза. Энергия звезд. Проблема источников энергии. Понятие о радиометрии.

8.2. Проблемы современной физики. Современная физическая картина мира

Жидкие кристаллы. Типы жидких кристаллов: нематики, холестерики, смектики. Примеры жидких кристаллов. Упругие свойства нематиков. Поведение в электрическом и магнитном полях. Дисплеи на жидких кристаллах. Применение холестериков для измерения температуры и изготовления дифракционных решеток. Вещество в экстремальных состояниях. Вещество при сверхвысоких температурах и сверхвысоких плотностях. Металлический водород. Карликовые белые звезды. Нейтронные звезды. Пульсары. Вещество в сверхсильных электромагнитных полях. Современная физическая картина мира. Вещество и поле. Атомно-молекулярное строение вещества. Атомное ядро. Элементарные частицы, их классификация. Взаимопревращения частиц. Кварки. Иерархия взаимодействий. О единых теориях материи.

Общие методические указания к решению задач и выполнению контрольных работ

1. За время изучения курса общей физики студент-заочник должен прослушать курс лекций, выполнить лабораторные работы и три контрольные работы по всему курсу физики.

2. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов. Номер варианта контрольных заданий соответствует последней цифре шифра зачетной книжки студента.

3. Из предложенных 12 задач студент обязан решить 9 задач по своему выбору

4. Условия задач в контрольной работе необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставлять поля.

5. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями, а в тех случаях, когда это нужно, сделать рисунок.

6. Решать задачи надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условиях задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

7. После получения расчетной формулы для проверки правильности её, следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин их размерность, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом размерность соответствует размерности искомой величине (см. пример на стр. 39)

8. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ.

9. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на 10 в соответствующей степени.

Например, вместо 3520 надо записать $3,52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1,29 \cdot 10^{-3}$ и т.д.

10. Выполненные контрольные работы предъявляются преподавателю и студент должен быть готов дать пояснения по существу решения задач.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ.

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Основные понятия и формулы

Материальная точка – тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Траектория – геометрическое место точек, последовательно занимаемых движущимся телом, т.е. траектория – это некоторая линия.

Путь – физическая величина, численно равная длине траектории.

Радиус-вектор \vec{r} некоторой точки – это вектор, проведенный из начала координат в данную точку.

Его проекции на координатные оси равны декартовым координатам данной точки

$$r_x = x, r_y = y, r_z = z.$$

Радиус-вектор \vec{r} можно представить в виде

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные орты осей x, y, z .

Модуль радиус-вектора r равен

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Перемещение $\Delta\vec{r}$ – это вектор, соединяющий начальное положение точки с ее последующим:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Скорость перемещения – это векторная величина, равная перемещению тела за единицу времени

$$\mathbf{v} \equiv \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Средняя путевая скорость – это пройденный телом путь за единицу времени:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt . Путь Δs в отличие от разности координат $\Delta x = x_2 - x_1$ не может убывать и принимать отрицательные значения, то есть $\Delta s \geq 0$.

Проекция мгновенной скорости на ось x

$$v_x = \frac{dx}{dt}.$$

Проекция среднего ускорения на ось x – изменение скорости по оси x за единицу времени .

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}.$$

Проекция мгновенного ускорения на ось x

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}.$$

Уравнения равнопеременного поступательного движения

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t \pm \frac{\vec{a} t^2}{2},$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 \pm \vec{a} t.$$

Модуль угловой скорости

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

где φ – угол поворота при вращательном движении твердого тела.

Модуль углового ускорения

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Уравнения равнопеременного вращательного движения

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t.$$

Для криволинейного движения материальной точки вводится понятие нормального a_n ускорения и тангенциального a_τ .

Нормальное ускорение определяет изменение скорости по направлению и равно

$$a_n = \frac{v^2}{R} \text{ или } A_N = \omega^2 \cdot R.$$

Тангенциальное Ускорение Определяет Изменение Скорости По Величине

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Связь Между Модулями Линейных И Угловых Величин, Характеризующих Движение Точки По Окружности

$$v = \omega \cdot R, \quad a = \varepsilon \cdot R,$$

где v – модуль линейной скорости; a_τ и a_n – модули тангенциального и нормального ускорений; ω – модуль угловой скорости; ε – модуль углового ускорения; R – радиус окружности.

Модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}, \quad \text{или} \quad a = R \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ или } x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где x – смещение; A – амплитуда колебаний; ω – угловая скорость или циклическая частота; φ_0 – начальная фаза.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания

$$v = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0); \quad a = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты

а) амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \cdot \sin \varphi_1 + A_2 \cdot \sin \varphi_2}{A_1 \cdot \cos \varphi_1 + A_2 \cdot \cos \varphi_2}$$

Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях

$$x = A \cos \omega t; \quad y = A \cos(\omega t + \varphi):$$

- а) $y = \frac{A_2}{A_1} \cdot x$, если разность фаз $\varphi = 0$;
- б) $y = -\frac{A_2}{A_1} \cdot x$, если разность фаз $\varphi = \pm\pi$;
- в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$, если разность фаз $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$.

Уравнение плоской бегущей волны

$$y = A \cdot \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right),$$

где y – смещение любой из точек среды с координатой x в момент времени t , v — скорость распространения колебаний в среде.

Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием Δx между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x,$$

где λ – длина волны.

Импульс материальной точки массой m , движущейся со скоростью v

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}.$$

Второй закон Ньютона

$$\sum \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}, \text{ или } \sum \vec{F} = m\vec{a},$$

где $\sum \vec{F}_i$ – результирующая сила, действующая на материальную точку.

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины – жесткость); x – абсолютная деформация;

б) сила тяжести

$$\vec{F} = m\vec{g},$$

в) сила гравитационного взаимодействия

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 — массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки).

г) сила трения скольжения

$$F = \mu \cdot N,$$

где μ – коэффициент трения; N — сила нормального давления.

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = const,$$

или для двух тел ($i = 2$)

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2,$$

где \vec{v}_1, \vec{v}_2 – скорости тел в момент времени, принятый за начальный; \vec{u}_1, \vec{u}_2 – скорости тех же тел в момент времени, принятый за конечный.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно

$$W_k = \frac{m \cdot v^2}{2}, \quad \text{или} \quad W_k = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия:

а) упруго деформированной пружины

$$W_p = \frac{1}{2} kx^2,$$

где k – жесткость пружины; x – абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия

$$W_p = -\frac{Gm_1m_2}{r},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между ними (тела рассматриваются как материальные точки);

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$W_p = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения; h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h \ll R$, где R – радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии

$$W = W_k + W_p = \text{const.}$$

Работа A , совершаемая результирующей силой, определяется как мера изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A = \Delta W = W_2 - W_1.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси z

$$M_z = I_z \cdot \varepsilon,$$

где M_z – результирующий момент внешних сил относительно оси z , действующих на тело; ε – угловое ускорение; I_z – момент инерции относительно оси вращения.

Моменты инерции некоторых тел массой m относительно оси z , проходящей через центр масс:

а) стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню, и проходящей через его центр

$$I_z = \frac{1}{12} m \cdot l^2;$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра)

$$I_z = m \cdot R^2,$$

где R – радиус обруча (цилиндра);

в) диска радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска, и проходящей через его центр

$$I_z = \frac{1}{2} m \cdot R^2.$$

Проекция на ось z момента импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси z ,

$$L_z = I_z \cdot \omega,$$

где ω – угловая скорость тела.

Закон сохранения момента импульса системы тел, вращающихся вокруг неподвижной оси z

$$\sum_{i=1}^N L_i = \text{const}, \quad I_z \cdot \omega = \text{const},$$

где I_z – момент инерции системы тел относительно оси z ; ω – угловая скорость вращения тел системы вокруг оси z .

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z

$$W_k = \frac{1}{2} I_z \cdot \omega^2 = \frac{L_z^2}{2I_z}.$$

Уравнение состояния идеальных газов для данной массы газа (уравнение Клапейрона–Менделеева)

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad \text{или} \quad pV = \nu RT,$$

где m – масса газа; μ – молярная масса; $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – газовая

постоянная; $\nu = \frac{m}{\mu}$ – количество вещества (число молей); T –

термодинамическая температура; p – давление газа; V – объем газа.

ЗАКОН ДАЛЬТОНА

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

где p – давление смеси газов; p_i – парциальное давление i -го компонента смеси. Парциальное давление – это давление i -го компонента смеси газа, если бы компонент смеси занимал весь объем.

Уравнения изопроцессов:

а) для изотермического процесса $pV = \text{const}$, или $p_1V_1 = p_2V_2$;

б) для изохорического процесса $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$;

в) для изобарического процесса $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$.

Уравнения адиабатного процесса

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}, \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}.$$

Средняя квадратичная скорость молекул

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – постоянная Больцмана; m_0 – масса одной молекулы; μ – молярная масса газа.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

$$p = n \cdot k \cdot T,$$

где $n = \frac{N}{V}$ – концентрация молекул, т.е. число молекул в единице объема.

Связь между молярной (C) и удельной (c) теплоемкостями газа

$$C = c\mu.$$

Молярные Теплоемкости Газа

при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2} \cdot R,$$

при постоянном давлении
$$C_p = \frac{i+2}{2} \cdot R,$$

где i – число степеней свободы - число независимых координат, которыми задается положение молекулы в пространстве.

Для одноатомного газа $i = 3$ (поступательные степени свободы),

для двухатомного газа $i = 5$ (три поступательных степени свободы и две вращательных),

для многоатомного газа $i = 6$ (три поступательных степени свободы и три вращательных).

Уравнение Майера

$$C_p = C_v + R$$

удельные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении

$$c_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu}, \quad c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu}.$$

Первое Начало Термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, сообщенное газу, ΔU – изменение его внутренней энергии, A – работа, совершаемая газом.

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = C_v \nu \Delta T = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R \Delta T.$$

Работа газа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

а) для изобарного процесса $A = p \Delta V;$

б) для изохорного процесса $A = 0;$

в) для изотермического процесса $A = \frac{m}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1};$

г) для адиабатного процесса $A = -\Delta U = -\frac{m}{\mu} \cdot C_V \Delta T$.

Первое начало термодинамики

для изобарного процесса $Q = \Delta U + A$;

для изохорного процесса ($A=0$) $Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} \cdot C_V \Delta T$;

для изотермического процесса ($\Delta U = 0$) $Q = A = \frac{m}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$;

для адиабатного процесса ($Q = 0$) $A + \Delta U = 0$

Термический коэффициент полезного действия (**КПД**.) цикла

$$\text{КПД} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1},$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя, Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю, A – работа, совершаемая рабочим телом.

КПД цикла Карно

$$\text{КПД} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура охладителя.

Изменение энтропии

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

где A и B – пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состоянию системы.

Примеры решения задач

Кинематика

Задача 1.1а. Камень брошен с башни высотой $h = 20$ м под углом $\alpha = 30^\circ$ с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с. Определить: 1) максимальную высоту подъема H ; 2) дальность полета S ; 3) перемещение камня $\Delta \vec{r}$; 4) угол β , который составляет траектория камня с горизонтом в момент падения; 5)

радиус кривизны траектории R , нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения камня в момент времени $t_1 = 0,1$ с.

Решение. Полное ускорение камня, движущегося под действием силы тяжести, постоянно и равно ускорению свободного падения: $\vec{a} = \vec{g} = \text{const}$.

Уравнения равнопеременного движения

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2},$$

(1)

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t. \tag{2}$$

где \vec{r} – радиус вектор, \vec{v} – скорость, \vec{a} – ускорение камня.

Выберем декартову систему к

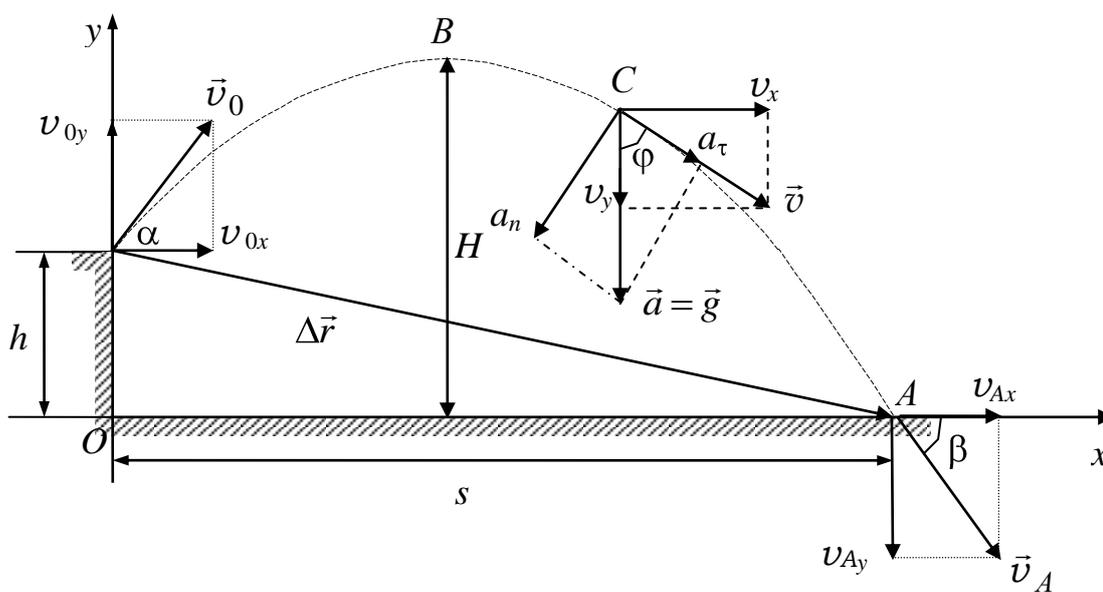
оординат и найдем проекции уравнений (1) и (2) на оси координат Ox и Oy .

$$x = v_0 \cos \alpha t \tag{3}$$

$$y = h + v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \tag{4}$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha \tag{5}$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \tag{6}$$



1. В верхней точке траектории (точке B) $v_y = 0$. Уравнение (6) примет вид:

$$0 = v_0 \sin \alpha - gt_B,$$

время t_B подъема
$$t_B = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (7)$$

Подставив (7) в (4), получим

$$H = h + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g};$$

$$H = 20 + \frac{10^2 \cdot 0,5^2}{2 \cdot 9,8} \text{ м} = 21,25 \text{ м}.$$

2. В момент падения камня (точка A) на землю $y = 0$. Приравняем (4) нулю и найдем время движения камня t_A

$$h + v_0 \sin \alpha t_A - \frac{gt_A^2}{2} = 0,$$

$$t_{A,2} = \frac{v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}}{g},$$

разделив почленно и учтя, что при выборе знака "–", $t < 0$, получим

$$t_A = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}} \quad (8)$$

Дальность полета $S = v_0 \cos \alpha \cdot t_A$, с учетом (8)

$$S = v_0 \cos \alpha \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}} \right)$$

$$S = 10 \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{10 \cdot 0,5}{9,8} + \sqrt{\left(\frac{10 \cdot 0,5}{9,8}\right)^2 + \frac{2 \cdot 20}{9,8}} \right) = 22,46 \text{ м}.$$

3. Перемещение – вектор, соединяющий начальное и конечное положение камня.

Из рисунка $\Delta r = \sqrt{S^2 + h^2}$; $\Delta r = \sqrt{22,46^2 + 20^2} = 30,1 \text{ м}.$

4. Из рисунка видно, что $tg\beta = \frac{|v_y|}{v_x}$, где v_x и v_y – проекции скорости

камня в момент падения ($t = t_A$). С учетом уравнений (3) и (4)

$$tg\beta = \frac{|v_0 \sin \alpha - gt_A|}{v_0 \cos \alpha} = \frac{gt_A}{v_0 \cos \alpha} - tg\alpha,$$

подставив время движения t_A (8), получим

$$tg\beta = \frac{g}{v_0 \cos \alpha} \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 + \frac{2h}{g}} \right) - tg\alpha,$$

$$tg\beta = \left(\frac{v_0 \sin \alpha g}{g v_0 \cos \alpha} + \sqrt{\left(\frac{v_0 \sin \alpha \cdot g}{g v_0 \cos \alpha} \right)^2 + \frac{2hg^2}{g v_0^2 \cos^2 \alpha}} \right) - tg\alpha.$$

$$tg\beta = \left(tg\alpha + \sqrt{tg^2 \alpha + \frac{2hg}{v_0^2 \cos^2 \alpha}} \right) - tg\alpha,$$

$$tg\beta = \sqrt{tg^2 \alpha + \frac{2hg}{v_0^2 \cos^2 \alpha}}.$$

$$tg\beta = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \frac{2 \cdot 20 \cdot 9,8}{10^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2}} = 2,36,$$

$$\beta = 67^\circ.$$

5. В точке C из треугольников скоростей и ускорений

$$\sin \varphi = \frac{a_n}{g} = \frac{v_x}{v}, \quad \cos \varphi = \frac{a_\tau}{g} = \frac{v_y}{v}, \text{ откуда получим}$$

$$a_n = g \frac{v_x}{v}, \quad a_\tau = g \frac{v_y}{v} \quad (9, 10)$$

$$\text{Модуль скорости } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0 \cos \alpha - gt}^2 + v_0 \sin \alpha - gt^2, \quad (11)$$

где $t = t_1 = 0,1$ с.

Подставив в уравнения (9), (10) v , v_x , v_y , получим

$$a_n = g \frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}},$$

$$a_\tau = g \frac{v_0 \sin \alpha - gt}{\sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}}.$$

$$a_n = 9,8 \frac{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(10 \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(10 \frac{1}{2} - 9,8 \cdot 0,1\right)^2}} = 8,87 \text{ м/с}^2.$$

$$a_\tau = 9,8 \frac{10 \cdot \frac{1}{2} - 9,8 \cdot 0,1}{\sqrt{\left(10 \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(10 \frac{1}{2} - 9,8 \cdot 0,1\right)^2}} = 4,12 \text{ м/с}^2$$

Учитывая, что нормальное ускорение связано с модулем скорости соотношением

$$a_n = \frac{v^2}{R},$$

выразим радиус кривизны траектории

$$R = \frac{v^2}{a_n},$$

с учетом (9)

$$R = \frac{v^2 v}{g v_x} = \frac{v^3}{g v_x},$$

подставляя в данное выражение (5) и (11), получим

$$R = \frac{\left(v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - gt)^2\right)^{3/2}}{g v_0 \cos \alpha}.$$

$$R = \frac{\left(\left(10 \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(10 \frac{1}{2} - 9,8 \cdot 0,1 \right)^2 \right)^{3/2}}{9,8 \cdot 10 \frac{\sqrt{3}}{2}} = 10,26 \text{ м.}$$

Задача 1.16. Диск радиусом $R = 1$ см вращается так, что зависимость угла поворота φ радиуса диска от времени дается уравнением $\varphi = At + Bt^4$, где $A = 5$ рад/с, $B = 1$ рад/с⁴. В момент времени $t = 2$ с найти: 1) угловую скорость ω диска; 2) угловое ускорение ε диска; 3) нормальное a_n , тангенциальное a_τ и полное a ускорения точек, лежащих на ободе диска, а также их скорость v .

Решение. 1. Угловую скорость найдем, взяв первую производную от угловой координаты φ по времени

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = A + 4Bt^3 \quad (1)$$

$$\omega = 5 + 4 \cdot 2^3 = 37 \text{ рад/с.}$$

2. Угловое ускорение – первая производная от угловой скорости по времени

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 12Bt^2 \quad (2)$$

$$\varepsilon = 12 \cdot 1 \cdot 2^2 = 48 \text{ РАД/С}^2$$

3. Модули тангенциального и нормального ускорения выражаются формулами:

$$A_\tau = \varepsilon R, \quad A_N = \omega^2 R.$$

$$A_N = 37^2 \cdot 0,01 = 13,69 \text{ М/С}^2$$

$$A_\tau = 48 \cdot 0,01 = 0,48 \text{ М/С}^2.$$

полное ускорение точки, движущейся по криволинейной траектории, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального и нормального ускорений: $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$. так как векторы \vec{a}_n и \vec{a}_τ взаимно перпендикулярны,

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}, \quad a = \sqrt{13,69^2 + 0,48^2} = 13,7 \text{ М/С}^2.$$

4. Скорость точек, лежащих на ободе диска, $v = \omega r$,

$$v = 37,01 = 0,37 \text{ м/с.}$$

задача 1.1в. движение материальной точки по криволинейной траектории задано уравнениями $x = a + bt^2$, $y = ct$, где $a = 1 \text{ м}$, $b = 4 \text{ м/с}^2$, $c = 8 \text{ м/с}$. найти: 1) скорость точки и ее полное ускорение в момент времени $t = 2 \text{ с}$;
2) уравнение траектории.

решение. 1. Проекция мгновенной скорости точки – первые производные от соответствующих координат по времени: $v_x = \frac{dx}{dt}$, $v_y = \frac{dy}{dt}$.

$$V_x = 2Bt; \quad V_y = C.$$

скорость точки
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}, \quad v = \sqrt{4B^2t^2 + C^2},$$

$$v = \sqrt{4 \cdot 4^2 \cdot 2^2 + 8^2} = 17,89 \text{ м/с.}$$

2. Ускорения a_x и a_y найдем, взяв первую производную от скоростей v_x и v_y по времени:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt};$$

$$A_x = 2B; \quad A_y = 0.$$

полное ускорение точки
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = a_x;$$

$$A = 2B, \quad A = 2 \cdot 4 = 8 \text{ м/с}^2.$$

3. Уравнение траектории – это уравнение зависимости координаты y от координаты x .
по условию задачи $x = a + bt^2$, (1)

$$y = ct \quad (2)$$

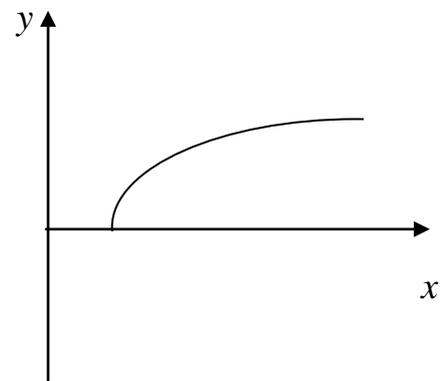
Из (1)
$$t = \sqrt{\frac{x - A}{B}}.$$

(3)

подставив (3) в (2) получим:

$$y = C \cdot \sqrt{\frac{x - A}{B}},$$

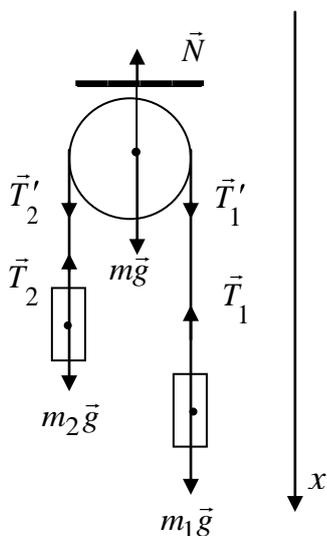
$$y = 8 \cdot \sqrt{\frac{x - 1}{4}} \text{ - уравнение параболы, функция определена при } x \geq 1.$$



Динамика

Задача 1.2а. Через блок массой m перекинута невесомая, нерастяжимая нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1 и m_2 . Определить ускорения, с которыми будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе, трением в оси блока пренебречь.

Решение. На каждый из грузов действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения (упругости) нити \vec{T} .



Направим ось x вертикально вниз и запишем уравнения поступательного движения грузов (второй закон Ньютона) в проекциях на эту ось.

Для первого груза:

$$m_1 a_1 = m_1 g - T_1. \quad (1)$$

Для второго груза:

$$-m_2 a_2 = m_2 g - T_2. \quad (2)$$

Движение блока описывается основным законом динамики вращательного движения:

$$I \cdot \varepsilon = \Sigma M, \quad (3)$$

где I – момент инерции блока;

$$I = \frac{mR^2}{2}, \quad (4)$$

где ε – угловое ускорение блока; ΣM – сумма моментов сил, действующих на блок.

Момент силы – произведение силы на плечо. Плечо – кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы.

Так как сила тяжести и сила реакции опоры проходит через ось вращения (центр масс) блока, их моменты сил равны нулю: $M_{mg} = M_N = 0$.

Моменты сил натяжения нити T_1' и T_2' :

$$M_{T_1'} = T_1' \cdot R; \quad (5)$$

$$M_{T_2'} = -T_2' \cdot R. \quad (6)$$

Подставим (4), (5), (6) в (3).

$$\frac{mR^2}{2} \cdot \varepsilon = T_1' \cdot R - T_2' \cdot R$$

$$\frac{mR}{2} \cdot \varepsilon = T'_1 - T'_2. \quad (7)$$

Согласно третьему закону Ньютона $T'_1 = T_1$, $T'_2 = T_2$, с учетом этого перепишем уравнение (7)

$$\frac{mR}{2} \cdot \varepsilon = T_1 - T_2. \quad (8)$$

Поскольку грузы связаны нерастяжимой нитью, модули их ускорений будут одинаковы $a_1 = a_2 = a$; $\varepsilon = \frac{a}{R}$.

Подставим последние выражения в формулы (1), (2) и (8)

$$m_1 a = m_1 g - T_1 \quad (9)$$

$$m_2 a = -m_2 g + T_2 \quad (10)$$

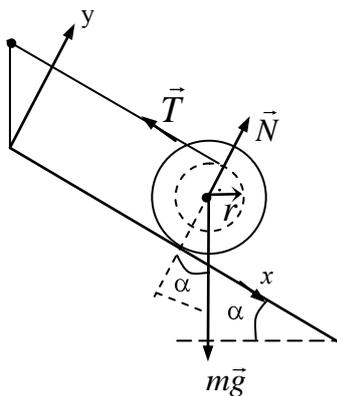
$$\frac{mR^2}{2} \frac{a}{R} = T_1 - T_2. \quad (11)$$

Сложим уравнения (9), (10) и (11).

$$a \left(m_1 + m_2 + \frac{m}{2} \right) = m_1 g - m_2 g, \text{ откуда}$$

$$a = g \cdot \frac{m_1 - m_2}{\left(m_1 + m_2 + \frac{m}{2} \right)}.$$

Задача 1.26. На гладкой горизонтальной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, находится катушка с ниткой, свободный конец которой укреплен, как показано на рисунке. Масса катушки m , ее момент инерции относительно собственной оси I , радиус намотанного слоя ниток r . Найти ускорение оси катушки.



Решение. На катушку действуют силы тяжести $m\vec{g}$, натяжения нити \vec{T} и реакции опоры \vec{N} . Так как

поверхность гладкая, сила трения равна нулю.

Катушка участвует в двух движениях – поступательном и вращательном.

Уравнение движения центра масс катушки в векторной форме:

$$m\vec{a}_c = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T},$$

или в проекциях на оси координат:

$$x: ma_c = mgsin\alpha - T \quad (1)$$

$$y: 0 = -mg\cos\alpha + N. \quad (2)$$

Основное уравнение динамики вращательного движения:

$$I \cdot \varepsilon = \Sigma M, \quad (3)$$

где I – момент инерции катушки; ε – угловое ускорение

$$\text{катушки; равно } \varepsilon = \frac{a_c}{r}, \quad (4)$$

ΣM – сумма моментов сил, действующих на катушку, равна моменту силы трения $\Sigma M = T \cdot r$ (5)

(моменты силы тяжести и силы реакции опоры равны нулю).

Подставим (4) и (5) в (3)

$$I \cdot \frac{a_c}{r} = T \cdot r. \quad (6)$$

Из (1) $T = mgsin\alpha - ma_c.$

Подставим последнее равенство в (6):

$$I \cdot \frac{a_c}{r^2} = mgsin\alpha - ma_c$$

$$a_c \left(\frac{I}{r^2} + m \right) = mgsin\alpha$$

$$a_c = \frac{mg \sin \alpha}{\left(\frac{I}{r^2} + m \right)}.$$

Задача 1.2в. За какое время t тело скатится с наклонной плоскости высотой $h = 2$ м и углом наклона $\alpha = 45^\circ$, если предельный угол, при котором тело может находиться в покое $\beta = 30^\circ$?

Решение. Если тело находится на плоскости в покое, сумма всех действующих на него сил равна нулю

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{mp} = 0. \quad (1)$$

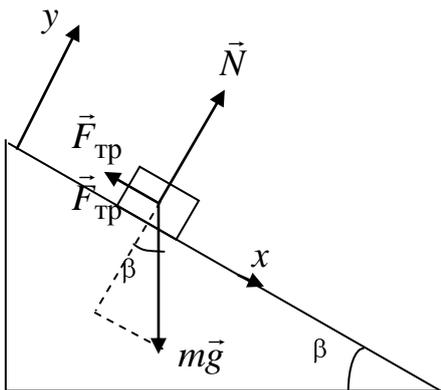


Рис. 1

Найдем проекции уравнения (1) на оси x и y :

$$x: \quad 0 + mg\sin\beta - F_{\text{тр}} = 0 \quad (2)$$

$$y: \quad N - mg\cos\beta = 0. \quad (3)$$

В предельном случае сила трения покоя максимальна и равна силе трения скольжения:

$$F_{\text{тр}} = \mu N. \quad (4)$$

Решая совместно уравнения (2), (3), (4) получим коэффициент трения

$$\mu = \text{tg}\beta. \quad (5)$$

Найдем ускорение тела при движении с наклонной плоскости (второй закон Ньютона):

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{\text{тр}}. \quad (6)$$

Найдем проекцию уравнения (6) на оси координат x и y :

$$x: \quad ma = mg\sin\alpha - F_{\text{тр}}, \quad (7)$$

$$y: \quad 0 = -mg\cos\alpha + N, \quad (8)$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N. \quad (9)$$

Решая систему уравнений (7), (8), (9), с учетом (5) получим выражение для ускорения:

$$a = g(\sin\alpha - \text{tg}\beta \cos\alpha). \quad (10)$$

Путь, пройденный телом при равноускоренном движении без начальной скорости

$$S = \frac{at^2}{2}, \text{откуда } t = \sqrt{\frac{2S}{a}};$$

из рис. 2 видно

$$S = \frac{h}{\sin\alpha}, \text{ тогда } t = \sqrt{\frac{2h}{a\sin\alpha}}.$$

(11)

Подставим (10) в (11) и получим искомое время

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g(\sin\alpha - \text{tg}\beta \cos\alpha)\sin\alpha}}.$$

Законы сохранения

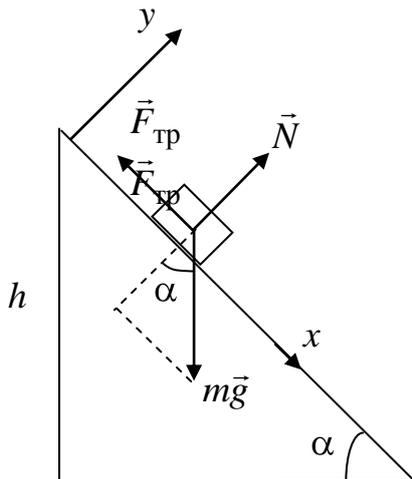
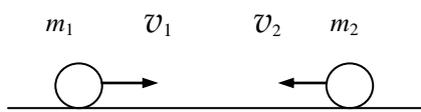


Рис. 2

Задача 1.3. Тело массой $m_1 = 2$ кг движется навстречу второму телу массой $m_2 = 1,5$ кг и абсолютно неупруго соударяется с ним. Скорости тел непосредственно перед ударом были $v_1 = 1$ м/с, $v_2 = 2$ м/с.

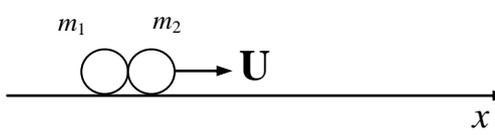
Определить: 1) количество теплоты, выделившееся при ударе; 2) какое расстояние S пройдут тела после столкновения, если коэффициент трения $\mu = 0,05$?

Решение. Поскольку система тел замкнута, применим закон сохранения импульса:



$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u, \quad (1)$$

$$u = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad (2)$$



$u \approx -0,2$ м/с² – скорость тел отрицательна, значит, после соударения они будут двигаться против оси x .

1) Количество теплоты, выделившееся после удара, равно разности кинетических энергий системы до и после удара:

$$Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2}, \quad (3)$$

подставим в (3) выражение для u (2), получим:

$$Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

$$Q = \frac{m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}; Q = 3,9 \text{ Дж.}$$

2) После столкновения скорость тел уменьшится до нуля за счет работы силы трения.

$$\Delta W_k = A_{\text{тр}},$$

где ΔW_k – изменение кинетической энергии тел; $\Delta W_k = W_{k_2} - W_{k_1}$,

где W_{k_1} – кинетическая энергия сразу после столкновения.

$$W_{k_1} = \frac{(m_1 + m_2) \vec{u}^2}{2}, W_{k_2} = 0, \text{ так как тела остановились.}$$

$$A_{\text{тр}} = -F_{\text{тр}} \cdot S = -\mu (m_1 + m_2) g S;$$

$$0 - \frac{(m_1 + m_2) \vec{u}^2}{2} = -\mu (m_1 + m_2) g S;$$

$$S = \frac{u^2}{2\mu g}. \quad (4)$$

Подставим (2) в (4), получим:

$$S = \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{(m_1 + m_2) \cdot 2\mu g}; S = \frac{1}{3,5^2 \cdot 2 \cdot 0,05 \cdot 9,8} = \frac{10}{3,5^2 \cdot 9,8} = 0,083 \text{ м.}$$

Задача 1.4а. Человек массой m_1 находится на неподвижной платформе массой m_2 . С какой угловой скоростью ω начнет вращаться платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом r вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы равна v_0 . Радиус платформы R . Считать платформу однородным диском, а человека - материальной точкой.

Решение **В начальном состоянии (состояние**

I) система тел “человек + платформа”

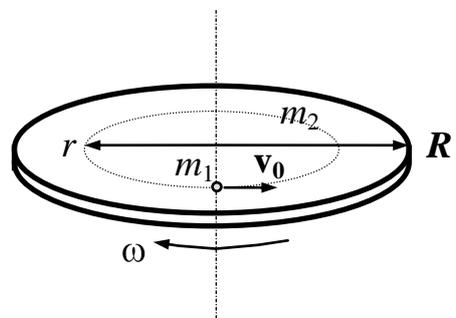
неподвижна. При движении человека со

скоростью v_0 относительно платформы

против часовой стрелки платформа

начинает вращаться по часовой стрелке с

угловой скоростью ω (состояние II).



На систему действуют внешние силы тяжести и реакции со стороны оси, направленные вертикально (трением в оси пренебрегаем), их момент равен нулю. Поэтому можно применить **закон сохранения момента импульса.**

В состоянии I момент импульса системы равен нулю:

$$L_1 = 0.$$

В состоянии II момент импульса человека (материальной точки) равен по модулю $L_1 = m_1 v_1 r$, где v_1 - скорость человека относительно Земли, и направлен вертикально вверх. Момент импульса платформы (сплошного диска) равен по модулю $L_2 = J_2 \omega$ и направлен вертикально вниз. Суммарный момент импульса в проекции на ось, направленную вертикально вверх, равен:

$$L_{II} = L_1 - L_2 = m_1 v_1 r - J_2 \omega.$$

Здесь J_2 - момент инерции сплошного диска, $J_2 = \frac{m_2 R^2}{2}$.

По закону сохранения момента импульса $L_1 = L_{II}$ имеем:

$$m_1 v_1 r - J_2 \omega = 0. \quad (1)$$

Выразим скорость v_1 человека относительно Земли через скорость v_0 человека относительно платформы. Поскольку линейная скорость точек платформы, находящихся на расстоянии r от оси вращения равна $v = \omega r$, то $v_1 = v_0 - \omega r$.

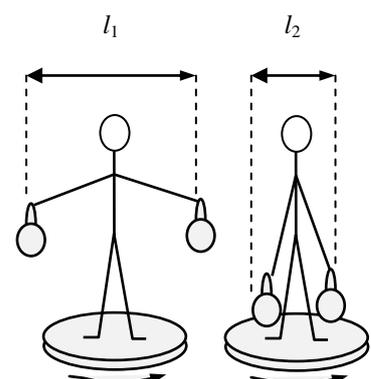
Перепишем (1) в виде:

$$m_1 (v_0 - \omega r) r - \frac{m_2 R^2}{2} \omega = 0,$$

откуда получим выражение для угловой скорости:

$$\omega = \frac{2m_1 v_0 r}{2m_1 r^2 + m_2 R^2}.$$

Задача 1.46. Человек стоит в центре скамьи Жуковского (горизонтальная платформа, вращающаяся без трения, около вертикальной оси, проходящей через ее центр) и вместе с ней вращается по инерции. Угловая скорость вращения ω_1 . Момент инерции человека



относительно оси вращения I_0 . Масса скамьи Жуковского M , ее радиус R . В вытянутых в стороны руках человек держит гири массой m каждая. Расстояние между гирями l_1 . Определить скорость вращения скамьи с человеком ω_2 , когда он опустит руки и расстояние между гирями станет равным l_2 . Чему равно изменение кинетической энергии системы?

Решение. 1. Человек, держащий гири, и скамья составляют замкнутую систему, момент импульса которой остается постоянной $L_1 = L_2$,

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2, \quad (1)$$

где I_1 и I_2 – моменты инерции человека с гирями и скамьи до и после опускания рук; ω_1 и ω_2 – соответствующие угловые скорости.

Моменты инерции I_1 и I_2 равны сумме моментов инерции человека I_0 , скамьи $\frac{MR^2}{2}$ и гирь $m\left(\frac{l}{2}\right)^2$, которые можно считать материальными точками

$$I_1 = I_0 + \frac{MR^2}{2} + m\frac{l_1^2}{4}, \quad (2)$$

$$I_2 = I_0 + \frac{MR^2}{2} + m\frac{l_2^2}{4}. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в (1), получим

$$\left(I_0 + \frac{MR^2}{2} + m\frac{l_1^2}{4}\right)\omega_1 = \left(I_0 + \frac{MR^2}{2} + m\frac{l_2^2}{4}\right)\omega_2,$$

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{I_0 + \frac{MR^2}{2} + m\frac{l_1^2}{4}}{I_0 + \frac{MR^2}{2} + m\frac{l_2^2}{4}}.$$

2. Изменение кинетической энергии системы

$$\Delta W_k = W_{k_2} - W_{k_1}, \text{ где } W_k = \frac{I\omega^2}{2},$$

$$\Delta W_k = \frac{I_2\omega_2^2}{2} - \frac{I_1\omega_1^2}{2}. \quad (4)$$

Из (1) $\omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \omega_1$, подставим это выражение в (4), получим:

$$\Delta W_k = \frac{I_2 I_1^2 \omega_1^2}{2 I_2^2} - \frac{I_1 \omega_1^2}{2},$$

$$\Delta W_k = \frac{I_1 \omega_1^2}{2} \left(\frac{I_1}{I_2} - 1 \right). \quad (5)$$

Подставим (2) и (3) в (5), тогда изменение кинетической энергии равно:

$$\Delta W_k = \frac{\left(I_0 + \frac{MR^2}{2} + m \frac{l_1^2}{4} \right) \omega_1^2 \left(\frac{I_0 + \frac{MR^2}{2} + m \frac{l_1^2}{4}}{I_0 + \frac{MR^2}{2} + m \frac{l_2^2}{4}} - 1 \right)}{2}.$$

Поскольку $\Delta W_k > 0$, кинетическая энергия системы «скамья – человек – гири» увеличилась.

Колебания

Задача 1.5. Частица массой $m = 0,01$ кг совершает гармонические колебания с циклической частотой $\omega = 2\pi$ Гц по закону $x = A \sin \omega t$. Определить период колебаний, время, когда частица в первый раз отклонится на максимальное значение от положения равновесия, амплитуду колебаний, если максимальная сила, действующая на частицу, равна 0,0196 Н. Определить также кинетическую, потенциальную и полную энергии через время $t = T/8$ от начала колебания.

1. Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1)$$

находим, подставив значение ω ,

$$T = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \text{ с.} \quad (1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}).$$

2. Определим время первого максимального отклонения от положения равновесия из закона колебания

$$x = A \sin \omega t. \quad (2)$$

при $x = a$ (по условию) $\sin \omega t = 1$, откуда $\sin 2\pi t = 1$ при аргументе равном $\pi/2$,

$$2\pi t = \frac{\pi}{2}, \Rightarrow t = \frac{\pi}{2 \cdot 2\pi} = \frac{1}{4} \text{ с.}$$

3. Амплитуду колебаний находим из выражения для максимальной силы:

$$f = ma \Rightarrow f_{\max} = ma_{\max} \quad (3)$$

рассчитаем модуль ускорения: смещение x изменяется по закону $x = a \sin \omega t$. ускорение – это первая производная скорости по времени, т.е.

$$a = \frac{dv}{dt}, \quad (4)$$

скорость – это производная смещения по времени

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t, \quad (5)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -a\omega^2 \sin \omega t. \quad (6)$$

ускорение максимально при $\sin \omega t = 1$, т.е. модуль максимального ускорения

$$a_{\max} = a\omega^2. \quad (7)$$

выражение (7) подставим в (3), получим:

$$f_{\max} = ma\omega^2, \quad (8)$$

откуда находим амплитуду a :

$$A = \frac{F_{\max}}{m\omega^2}.$$

проверим размерность: $\left[\frac{\text{Н}}{\text{кг} \cdot \text{с}^{-2}} \right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}} \right] = \left[\text{м} \right]$

по результату делаем вывод, что формула для амплитуды верна.

после вычислений получим значение амплитуды

$$A = \frac{0,0196}{0,01 \cdot 4\pi^2} = \frac{1,96}{4 \cdot 9,8} = 0,05 \text{ м.}$$

4. Кинетическая энергия равна

$$W_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (9)$$

подставив (5) в (9) получим:

$$W_k = \frac{m(A\omega \cos \omega t)^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2 \cos^2 \omega t}{2}. \quad (10)$$

$$\left[W_k \right] = \left[\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \right] = \left[\text{Дж} \right].$$

подставив численное значение всех величин в выражение (10) получим:

$$W_k = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2 2\pi \cdot \frac{1}{8} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2 \frac{\pi}{4} = \frac{0,01 \cdot (0,05)^2 \cdot 4\pi^2}{2} \cdot \frac{2}{4} =$$

$$= 25 \cdot 10^{-6} \pi^2 = 25 \cdot 10^{-6} \cdot 9,8 = 2,45 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

потенциальная энергия колеблющейся частицы равна

$$W_P = \frac{kx^2}{2}. \quad (11)$$

коэффициент k найдем из второго закона ньютона:

$$ma = f_{\text{упр.}},$$

где сила упругости определяется по закону гюка:

$$f_{\text{упр.}} = -kx,$$

тогда

$$ma = -kx. \quad (12)$$

в уравнение (12) подставим (6) и (2), получим

$$-m\omega^2 \sin \omega t = -k \sin \omega t,$$

откуда

$$k = m \omega^2. \quad (13)$$

подставив выражения (13) и (3) в (11) получим значение потенциальной энергии:

$$W_P = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2 \omega t. \quad (14)$$

сделав вычисления, получим:

$$W_P = \frac{0,01 \cdot 4\pi^2 \cdot (0,05)^2}{2} \cdot \frac{2}{4} = 2,45 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

полная энергия равна $w = w_k + w_p$.

подставив значения w_k и w_p из (10) и (14), получим:

$$W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2 \omega t + \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2 \omega t. \quad (16)$$

после преобразований имеем

$$W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{m\omega^2 A^2}{2},$$

то есть полная энергия колеблющейся частицы от времени не зависит и является величиной постоянной.

произведя вычисления, окончательно получим:

$$w = 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Задача 1.6(а). Складываются два колебания одинакового направления

$$x_1 = A_1 \cos \frac{2\pi}{T} (t + \tau_1); \quad x_2 = A_2 \cos \frac{2\pi}{T} (t + \tau_2),$$

где $A_1 = 3$ см, $A_2 = 2$ см, $\tau_1 = 1/6$ с, $\tau_2 = 1/3$ с, $T = 2$ с.

Построить векторную диаграмму сложения этих колебаний и написать уравнение результирующего колебания.

Решение. Для построения векторной диаграммы сложения двух колебаний одного направления надо фиксировать какой-либо момент времени. Обычно векторную диаграмму строят для момента времени $t = 0$. Приведем оба уравнения к канонической форме $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, получим:

$$x_1 = A_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{T}\tau_1\right); \quad x_2 = A_2 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{T}\tau_2\right).$$

Оба складываемых гармонических колебания имеют одинаковую циклическую частоту

$$\omega = 2\pi/T.$$

Начальные фазы первого и второго колебаний соответственно равны

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{T}\tau_1, \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{T}\tau_2.$$

Произведем вычисления:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} \text{ с}^{-1} = 3,14 \text{ с}^{-1};$$

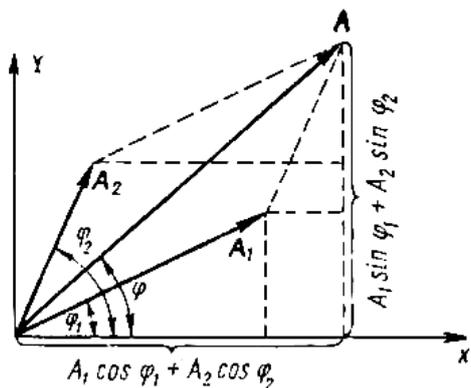
$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{2} \cdot \frac{1}{6} = 30^\circ; \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{2} \cdot \frac{1}{3} = 60^\circ.$$

При построении векторной диаграммы отложим отрезки длиной $A_1 = 3$ см и $A_2 = 2$ см под углами $\varphi_1 = 30^\circ$ и $\varphi_2 = 60^\circ$ к оси x . Результирующее колебание будет происходить с той же частотой ω и амплитудой \bar{A} , равной геометрической сумме векторов амплитуд \bar{A}_1 и \bar{A}_2 , т.е. $\bar{A} = \bar{A}_1 + \bar{A}_2$. Согласно теореме косинусов,

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Начальную фазу результирующего колебания можно также определить непосредственно из векторной диаграммы (см. рисунок):

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$



Произведем вычисления:

$$A = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \cos(60^\circ - 30^\circ)} \text{ см} = 4,84 \text{ см};$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{3 \sin 30^\circ + 2 \sin 60^\circ}{3 \cos 30^\circ + 2 \cos 60^\circ} = \operatorname{arctg} 0,898 = 42^\circ, \quad \text{или } \varphi = 0,735 \text{ рад.}$$

Так как результирующее колебание является гармоническим, имеет ту же частоту, что и у исходных слагаемых колебаний, то его можно записать в виде:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

где $A = 4,84 \text{ см}$, $\omega = 3,14 \text{ с}^{-1}$, $\varphi = 0,735 \text{ рад}$.

Задача 1.6(б). Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями

$$x = A_1 \cos(\omega t + \omega \tau_1) \quad \text{и} \quad y = A_2 \cos(\omega t + \omega \tau_2)$$

где $A_1 = 3 \text{ см}$, $A_2 = 2 \text{ см}$, $\tau_1 = 1/6 \text{ с}$, $\tau_2 = 1/3 \text{ с}$, $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$.

Определить траекторию результирующего движения точки.

Решение. Выберем начало отсчета времени так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю. Тогда уравнения колебаний запишутся следующим образом:

$$x = A_1 \cos \omega t \quad \text{и} \quad y = A_2 \cos(\omega t + \varphi), \quad (1)$$

где $\varphi = \omega \tau_2 = \pi/3 \text{ рад}$ – разность фаз колебаний.

Выражение (1) представляет собой заданное в параметрической форме уравнение траектории, по которой движется тело, участвующее в колебаниях. Чтобы получить уравнение траектории в обычном виде, нужно исключить из уравнения (1) параметр t . Из первого уравнения следует, что

$$\cos \omega t = \frac{x}{A_1}. \quad (2)$$

Из тригонометрического тождества имеем

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}}. \quad (3)$$

Теперь развернем косинус во втором из уравнений (1) по формуле для косинуса суммы:

$$\cos(\omega t + \varphi) = \cos \omega t \cdot \cos \varphi - \sin \omega t \cdot \sin \varphi, \quad (4)$$

подставляя при этом вместо $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$ их значения (2) и (3).

В результате получим

$$\frac{y}{A_2} = \frac{x}{A_1} \cos \varphi - \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}} \cdot \sin \varphi. \quad (5)$$

Уравнение (5) после несложных преобразований можно привести к виду

$$\frac{x}{A_1} \cos \varphi - \frac{y}{A_2} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}} \cdot \sin^2 \varphi$$

затем, возведя в квадрат обе части уравнения, получим уравнение (6)

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 \cdot A_2} \cos \varphi = \sin^2 \varphi. \quad (6)$$

Из аналитической геометрии известно, что уравнение (6) есть уравнение эллипса, ориентации осей которого зависят от разности фаз φ обоих колебаний, где A_1 и A_2 – величины полуосей этого эллипса, равные 3 и 2 см соответственно.

Задача 1.7. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением $p = 1$ МПа. Определить парциальные давления p_1 кислорода и p_2 азота, если массовая доля ω_1 кислорода в смеси равна 0,2.

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Клапейрона-Менделеева для смеси газов

$$p_{\text{см}} \cdot V = \frac{m_{\text{см}}}{\mu_{\text{см}}} \cdot RT \quad (1)$$

и законом Дальтона для определения давления смеси газов

$$p_{\text{см}} = p_1 + p_2, \quad (2)$$

где $p_{\text{см}}$ – давление смеси газов в баллоне; $m_{\text{см}}$ – масса смеси газов; $\mu_{\text{см}}$ – молярная масса смеси; p_1 – парциальное давление кислорода; p_2 – парциальное давление азота.

Выразим парциальные давления p_1 кислорода и p_2 азота из уравнения (1)

$$p_1 \cdot V = \frac{m_1}{\mu_1} \cdot RT; \quad p_2 \cdot V = \frac{m_2}{\mu_2} \cdot RT, \quad (3)$$

где m_1 и μ_1 соответственно масса и молярная масса кислорода; m_2 и μ_2 – азота.

$$p_1 = \frac{m_1}{\mu_1} \cdot \frac{RT}{V}; \quad p_2 = \frac{m_2}{\mu_2} \cdot \frac{RT}{V}. \quad (4)$$

Массу кислорода m_1 выразим из массовой доли ω_1 данной в задаче.

$$\text{Массовая доля кислорода } \omega_1 = \frac{m_1}{m_{\text{см}}}, \text{ азота } \omega_2 = \underbrace{(1 - \omega_1)}_{=} = \frac{m_2}{m_{\text{см}}},$$

откуда $m_1 = \omega_1 m_{\text{см}}$.

Тогда масса азота соответственно будет $m_2 = m_{\text{см}} - m_1 = (1 - \omega_1) \cdot m_{\text{см}} = \omega_2 \cdot m_{\text{см}}$.

Число молей смеси $\nu_{\text{см}} = \nu_1 + \nu_2$.

С учетом того, что $\nu_{\text{см}} = \frac{m_{\text{см}}}{\mu_{\text{см}}}$, $\nu_1 = \frac{m_1}{\mu_1}$, $\nu_2 = \frac{m_2}{\mu_2}$, получим:

$$\frac{m_{\text{см}}}{\mu_{\text{см}}} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2},$$

откуда определим молярную массу смеси:

$$\mu_{\text{см}} = \frac{m_{\text{см}}}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}}. \quad (5)$$

Подставив m_1 и m_2 в (5), получим:

$$\mu_{\text{см}} = \frac{m}{\frac{\omega_1 m}{\mu_1} + \frac{(1 - \omega_1) m}{\mu_2}}, \quad (6)$$

$$\mu_{\text{см}} = \frac{m}{m \cdot \left(\frac{\omega_1}{\mu_1} + \frac{\omega_2}{\mu_2} \right)} = \frac{\mu_1 \mu_2}{\omega_1 \mu_2 + \omega_2 \mu_1}.$$

Подставим в уравнение (4) для p_1 значение m_1 , из (1) выразим

$$\frac{RT}{V} = \frac{p_{\text{см}}}{m_{\text{см}} / \mu_{\text{см}}} \text{ и тоже подставим в уравнение (4), тогда}$$

$$p_1 = \frac{m_1}{\mu_1} \cdot \frac{p_{\text{см}}}{m_{\text{см}} / \mu_{\text{см}}} = \frac{\omega_1 \cdot p_{\text{см}} \cdot \mu_{\text{см}}}{\mu_1}.$$

Произведя вычисления, получим:

$$p_1 = \frac{0,2 \cdot 10^6 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3} \cdot (0,2 \cdot 28 \cdot 10^{-3} + 0,8 \cdot 32 \cdot 10^{-3})} = 0,18 \cdot 10^6 \text{ Па} = 0,18 \text{ МПа.}$$

Найдем p_2 из уравнения (2)

$$p_2 = 1 - 0,18 = 0,82 \text{ МПа.}$$

Задача 1.8. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при нормальных условиях $\langle v_{\text{кв.}} \rangle = 461$ м/с. Какое число молекул N содержит единица массы этого газа?

Решение. Средняя квадратичная скорость рассчитывается по формуле

$$\langle v_{\text{кв.}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}, \quad (1)$$

где μ – молярная масса газа.

Возведя в квадрат уравнение (1), выразим

$$\frac{RT}{\mu} = \frac{\langle v_{\text{кв.}} \rangle^2}{3}. \quad (2)$$

Также выразим $\frac{RT}{\mu}$ из уравнения состояния газа

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad \Rightarrow \quad \frac{RT}{\mu} = \frac{pV}{m} \quad (3)$$

Приравняем правые части уравнений (2) и (3) и заменим давление p его значением из основного уравнения молекулярно-кинетической теории:

$$p = nkT, \quad (4)$$

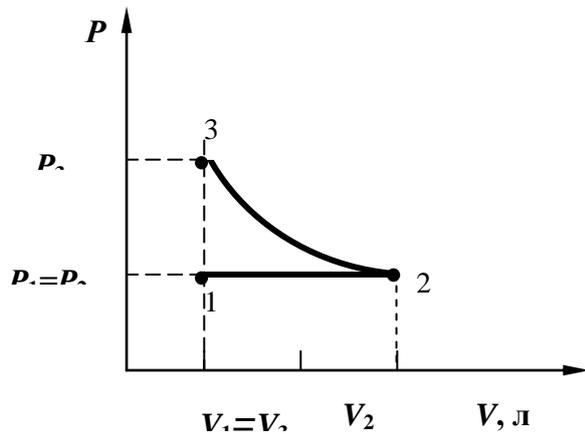
где $n = \frac{N}{V}$ – концентрация молекул газа.

Получим выражение $\frac{\langle v_{\text{кв.}} \rangle^2}{3} = \frac{N}{V} kT \cdot \frac{V}{m}$, откуда искомая величина

равна $\frac{N}{m} = \frac{\langle v_{\text{кв.}} \rangle^2}{3kT}$ и после вычислений получим:

$$\frac{N}{m} = \frac{461^2}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} = 1,88 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{кг}}.$$

Задача 1.9. Кислород занимает объем $V_1=100$ л и находится под давлением $p_1=200$ кПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема $V_2=300$ л, а затем его сжали до первоначального объема, при этом давление возросло до p_3 при неизменной температуре. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную газом работу A , количество теплоты Q , переданное газу, и давление p_3 .



Решение. Построим график процесса в координатах p, V . На графике точками 1, 2, 3 обозначим состояния газа, характеризуемые параметрами (p_1, V_1, T_1) , (p_2, V_2, T_2) , (p_3, V_3, T_3) .

Для решения задачи применим первое начало термодинамики, согласно которому, количество теплоты, переданное газу, равно сумме

работы, совершенной газом, и изменения ΔU внутренней энергии:

$$Q = \Delta U + A. \quad (1)$$

Изменение внутренней энергии газа при переходе его из состояния 1 в состояние 3 равно сумме изменений внутренней энергии $\Delta U_{1,2}$ для изобарического процесса и $\Delta U_{2,3}$ для изотермического процесса.

$$\Delta U_{1,3} = \Delta U_{1,2} + \Delta U_{2,3},$$

причем, $\Delta U_{1,3} = \Delta U_{1,2}$, так как $\Delta U_{2,3} = 0$ для изотермического процесса.

Изменение внутренней энергии выражается формулой

$$\Delta U_{1,2} = C_V \nu \Delta T,$$

где $C_V = \frac{i}{2} R$ – молярная теплоемкость при постоянном объеме, ν – число молей газа; ΔT – разность температур для состояний 2 и 1.

$$\Delta U_{1,2} = \frac{i}{2} R \nu (T_2 - T_1).$$

$$(2)$$

Так как 1–2 – процесс изобарический, то из уравнения Клапейрона–Менделеева $PV = \nu RT$, получим

$$p\Delta V = \nu R\Delta T, \quad (3)$$

тогда уравнение (2) можно переписать в виде

$$\Delta U_{1,2} = \frac{i}{2} p_1 \Delta V = \frac{i}{2} p_1 (V_2 - V_1).$$

Учтем, что для кислорода, как двухатомного газа, $i = 5$ и произведем вычисления:

$$\Delta U = \Delta U_{1,2} = \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 10^5 (300 - 100) \cdot 10^{-3} = 10^5 \text{ Дж}.$$

Полная работа, совершаемая газом, равна

$$A_{1,3} = A_{1,2} + A_{2,3}, \quad (4)$$

где $A_{1,2}$ – работа изобарического расширения; $A_{2,3}$ – работа изотермического сжатия.

$$A_{1,2} = p\Delta V = p_1(V_2 - V_1);$$

произведем вычисления и получим:

$$A_{1,2} = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж};$$

$$A_{2,3} = \int_{V_2}^{V_1} p dV. \quad (5)$$

Из уравнения Клапейрона–Менделеева $pV = \nu RT$ выразим давление

$p = \frac{\nu RT}{V}$ и подставим в подинтегральное выражение уравнения (5)

$$A_{2,3} = \nu RT \int_{V_2}^{V_1} \frac{dV}{V} = \nu RT \int_{V_2}^{V_1} \frac{dV}{V} \quad (6)$$

так как при переходе из состояния (2) в (3) $T_2 = \text{const}$, а объем изменяется от V_2 до $V_3 = V_1$. Заменяв νRT_2 на $p_2 V_2$, проинтегрируем и окончательно получим

$$A_{2,3} = -p_2 V_2 \ln \frac{V_2}{V_1},$$

подставим значения физических величин и произведем вычисления:

$$A_{2,3} = -200 \cdot 10^3 \cdot 300 \cdot 10^{-3} \cdot \ln 3 = -6 \cdot 10^4 \cdot 1,098 \Rightarrow$$

$$A_{2,3} = -6,588 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Знак (-) указывает на то, что работа изотермического сжатия совершается внешними силами.

Полная работа при переходе газа из состояния (1) в состояние (3) равна из формулы (4):

$$A_{1,3} = -2,588 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Количество теплоты, полученное газом при переходе из состояния (1) в состояние (2)

$$Q = \Delta U_{1,3} + A_{1,3} \text{ или } Q = 7,412 \cdot 10^4 = 74,12 \text{ кДж.}$$

$$p_2 V_2 = p_3 V_3, \text{ учтя, что } V_3 = V_1, \text{ получим: } p_2 V_2 = p_3 V_1, \text{ откуда } p_3 = \frac{p_2 V_2}{V_1}.$$

Произведя вычисления, получим: $p_3 = 600 \text{ кПа}$.

Задача 1.10. Найти удельную теплоемкость c_p газовой смеси, состоящей из количества $\nu_1=3$ кмоль аргона и количества $\nu_2=2$ кмоль азота.

Решение. Удельная теплоемкость c_p газа вычисляется по формуле:

$$c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu}. \quad (1)$$

С другой стороны удельная теплоемкость – это количество теплоты, необходимое для нагревания единицы массы на один Кельвин.

$$c_p = \frac{Q_p}{m \Delta T}, \quad (2)$$

откуда

$$Q_{p_{см}} = c_{p_{см}} \cdot m_{см} \cdot \Delta T, \quad (3)$$

где $c_{p_{см}}$ и $m_{см}$ – соответственно удельная теплоемкость при постоянном давлении и масса смеси.

Количество теплоты, необходимое для нагревания смеси равно сумме количеств теплоты, необходимой для нагревания отдельных компонентов смеси, то есть

$$c_{p_{см}} \cdot m_{см} \cdot \Delta T = c_{p_1} \cdot m_1 \cdot \Delta T + c_{p_2} \cdot m_2 \cdot \Delta T, \quad (4)$$

где c_{p_1} и c_{p_2} – удельные теплоемкости при постоянном давлении соответственно аргона и азота; m_1 и m_2 – массы аргона и азота в смеси.

Из (1) $c_{p_1} = \frac{i_1 + 2}{2} \cdot \frac{R}{\mu_1}$, где $i_1=3$ для аргона,

$$c_{p_2} = \frac{i_2 + 2}{2} \cdot \frac{R}{\mu_2}, \quad i_2=5 \text{ для азота,}$$

где i_1 и i_2 – число степеней свободы соответственно для аргона и азота; μ_1 и μ_2 – молярные массы соответственно для аргона и азота.

Количество молей $\nu = \frac{m}{\mu}$, отсюда

$$m_{см} = m_1 + m_2 = \nu_1 \mu_1 + \nu_2 \mu_2. \quad (5)$$

Сделаем подстановки в уравнение (4) для c_{p_1} и c_{p_2} и массы смеси, сократив ΔT , получим:

$$c_{p_{см}} (\nu_1 \mu_1 + \nu_2 \mu_2) = \frac{i_1 + 2}{2} \cdot \frac{R}{\mu_1} \cdot m_1 + \frac{i_2 + 2}{2} \cdot \frac{R}{\mu_2} \cdot m_2,$$

$$c_{p_{см}} = \frac{\left(\frac{5}{2} \nu_1 + \frac{7}{2} \nu_2 \right) \cdot R}{\nu_1 \mu_1 + \nu_2 \mu_2}. \quad (6)$$

Проверяем размерность по формуле (6)

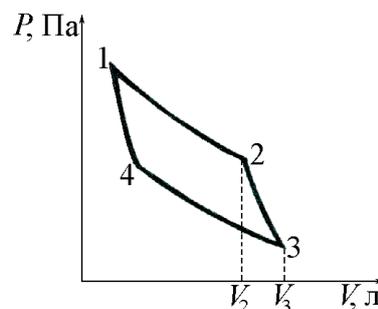
$$\left[\frac{\text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{моль} \cdot \text{кг}} \right] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right].$$

После вычислений получим:

$$c_{p_{см}} = \frac{\left(\frac{5}{2} \cdot 3 \cdot 10^3 + \frac{7}{2} \cdot 2 \cdot 10^3 \right) \cdot 8,31}{3 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^3 \cdot 28 \cdot 10^{-3}} = 685 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Задача 1.11. Идеальный газ совершает цикл Карно. Работа A_1 изотермического расширения газа равна 5 Дж. Определить работу A_2 изотермического сжатия, работу совершенную газом за цикл, если термический КПД цикла равен 0,2.

Решение. Для наглядности построим график цикла, который состоит из двух изотерм и двух адиабат. В координатах p, V этот цикл имеет вид, представленный на рисунке, где



$\left. \begin{array}{l} 1-2 \\ 3-4 \end{array} \right\} - \text{изотермы}, \quad \left. \begin{array}{l} 2-3 \\ 4-1 \end{array} \right\} - \text{адиабаты}.$

Термический КПД любого цикла определяется выражением

$$\text{КПД} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad (1)$$

где $Q_1 = Q_{1,2}$ – количество теплоты, полученное газом от нагревателя при изотермическом расширении, $Q_2 = Q_{3,4}$ – количество теплоты, отданное газом охладителю при изотермическом сжатии, т.к. для адиабатных процессов 2-3 и 4-1 $\Delta Q = 0$ (нет теплообмена).

Согласно первому началу термодинамики $Q_{1,2} = \Delta U_{1,2} + A_{1,2}$ и $Q_{3,4} = \Delta U_{3,4} + A_{3,4}$. Для изотермических процессов 1-2 и 3-4 $\Delta U_{1,2} = \Delta U_{3,4} = \frac{i}{2} R \Delta T = 0$, т.к. $\Delta T = 0$. Откуда: $Q_{1,2} = Q_1 = A_{1,2} = A_1$, где A_1 – работа изотермического расширения. Соответственно $Q_{3,4} = Q_2 = A_{3,4} = A_2$, где A_2 – работа изотермического сжатия.

Тогда формула (1) принимает вид:

$$\text{КПД} = \frac{A_1 - A_2}{A_1} = 1 - \frac{A_2}{A_1}, \text{ откуда определяется искомая работа } A_2.$$

$$A_2 = A_1(1 - \eta) = 0,8 A_1 = 0,8 \cdot 5 = 4 \text{ Дж.}$$

Работу газа за цикл рассчитаем, исходя из следующих соображений: изменение внутренней энергии за цикл равно нулю, (система возвращается в первоначальное состояние), изменение внутренней энергии в изотермических процессах равно нулю, значит, сумма изменений внутренних энергий в адиабатных процессах также равна нулю, то есть $\Delta U_{2,3} = -\Delta U_{4,1}$. Так как $Q_{2,3} = Q_{4,1} = 0$, то по первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$ работы расширения $A_{2,3}$ и сжатия $A_{4,1}$ также равны по модулю. То есть $A_{2,3} = -A_{4,1}$ (работа расширения

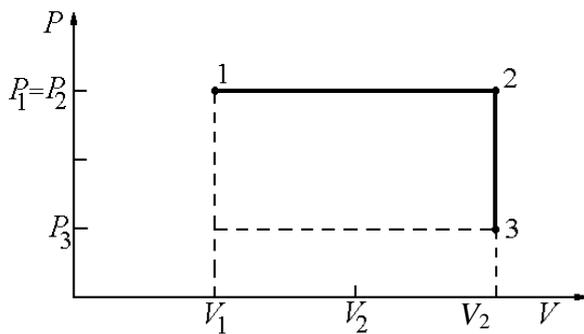
положительна, работа сжатия отрицательна, так как совершается внешними силами).

Тогда полная работа за цикл будет равна

$$A_{\text{цикла}} = A_{1,2} + A_{2,3} - A_{3,4} - A_{4,1} = A_{1,2} - A_{3,4} = 1 \text{ Дж.}$$

Задача 1.12. Водород массой $m = 100$ г был изобарно нагрет так, что его объем увеличился в $n = 3$ раза, затем водород был изохорно охлажден так, что давление его уменьшилось в n раз. Найти изменение ΔS энтропии в ходе указанных процессов.

Решение. Для наглядности данные процессы изобразим в



координатах p, V . Газ нагревали изобарно при переходе газа из состояния 1 в состояние 2, затем его изохорно охлаждали при переходе газа из состояния 2 в состояние 3. Изменение энтропии при переходе газа из состояния 1 в

состояние 3 $\Delta S_{1,3}$ равно сумме изменений энтропии при переходе газа из состояния 1 в состояние 2 $\Delta S_{1,2}$ и при переходе газа из состояния 2 в состояние 3 $\Delta S_{2,3}$, то есть

$$\Delta S_{1,3} = \Delta S_{1,2} + \Delta S_{2,3}. \quad (1)$$

Изменение энтропии

$$\Delta S_{1,2} = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Для изобарного процесса

$$dQ = C_p \nu dT,$$

где C_p – молярная теплоемкость при постоянном давлении,

$$\Delta S_{1,2} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_p \nu dT}{T} = C_p \nu \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = C_p \nu \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

При изобарном процессе изменение температуры и объема связано соотношением

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = n;$$

тогда $\Delta S_{1,2} = C_p \nu \ln n$.

При переходе газа из состояния 2 в состояние 3 для изохорного процесса изменение энтропии будет

$$\Delta S_{2,3} = \int_{T_2}^{T_3} \frac{C_V \nu dT}{T} = -C_V \nu \int_{T_3}^{T_2} \frac{dT}{T} = -C_V \nu \ln \frac{T_2}{T_3},$$

где C_V – молярная теплоемкость при постоянном объеме.

Для изохорного охлаждения справедливо соотношение

$$\frac{T_2}{T_3} = \frac{p_2}{p_3} = n,$$

поэтому $\Delta S_{1,3} = C_p \nu \ln n - C_V \nu \ln n = \nu \ln n (C_p - C_V)$.

По уравнению Майера молярная теплоемкость при постоянном давлении равна

$C_p = C_V + R$, поэтому $C_p - C_V = R$ и окончательно имеем:

$$\Delta S_{1,3} = \nu R \ln n = \frac{m}{\mu} R \ln n.$$

После вычислений получим:

$$\Delta S_{1,3} = \frac{0,1 \cdot 8,31 \ln 3}{2 \cdot 10^{-3}} = 456,47 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 1

Таблица вариантов

Вариант	Номера задач											
	1.010	1.020	1.030	1.040	1.050	1.060	1.070	1.080	1.090	1.100	1.110	1.120
0	1.010	1.020	1.030	1.040	1.050	1.060	1.070	1.080	1.090	1.100	1.110	1.120
1	1.011	1.021	1.031	1.041	1.051	1.061	1.071	1.081	1.091	1.101	1.111	1.121
2	1.012	1.022	1.032	1.042	1.052	1.062	1.072	1.082	1.092	1.102	1.112	1.122
3	1.013	1.023	1.033	1.043	1.053	1.063	1.073	1.083	1.093	1.103	1.113	1.123
4	1.014	1.024	1.034	1.044	1.054	1.064	1.074	1.084	1.094	1.104	1.114	1.124
5	1.015	1.025	1.035	1.045	1.055	1.065	1.075	1.085	1.095	1.105	1.115	1.125
6	1.016	1.026	1.036	1.046	1.056	1.066	1.076	1.086	1.096	1.106	1.116	1.126
7	1.017	1.027	1.037	1.047	1.057	1.067	1.077	1.087	1.097	1.107	1.117	1.127
8	1.018	1.028	1.038	1.048	1.058	1.068	1.078	1.088	1.098	1.108	1.118	1.128
9	1.019	1.029	1.039	1.049	1.059	1.069	1.079	1.089	1.099	1.109	1.119	1.129

1. Кинематика

1.010. Пуля пущена с начальной скоростью $v_0 = 200$ м/с под углом $\alpha_0 = 60^\circ$ к горизонту. Определить максимальную высоту H подъема, дальность S

полета и радиус R кривизны траектории пули в ее наивысшей точке. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.011. Точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением $S = A - Bt + Ct^2$, где $B = 2,0$ м/с и $C = 1,0$ м/с². Найти линейную скорость v точки, ее тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения через время $t = 3$ с после начала движения, если известно, что при $t = 2,0$ с нормальное ускорение точки $a_n = 0,5$ м/с².

1.012. Тело брошено под углом $\alpha_0 = 30^\circ$ к горизонту. Найти тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения в начальный момент движения.

1.013. Колесо радиусом $R = 0,1$ м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $B = 2,0$ рад/с и $C = 1,0$ рад/с². Для точек, лежащих на ободу колеса, найти через время $t = 2$ с после начала движения: а) угловую скорость ω ; б) линейную скорость v ; в) угловое ускорение ε ; г) тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения.

1.014. Под углом $\alpha_0 = 60^\circ$ к горизонту брошено тело с начальной скоростью $v = 20$ м/с. Через сколько времени t оно будет двигаться под углом $\beta = 45^\circ$ к горизонту? Сопротивление воздуха отсутствует.

1.015. Колесо радиусом $R = 10,0$ см вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободу колеса, от времени дается уравнением $v = At + Bt^2$, где $A = 3,0$ см/с² и $B = 1,0$ см/с³. Найти угол φ , составляющий вектором полного ускорения с радиусом колеса в моменты времени, равные $t_1 = 0,3$ с и $t_2 = 5$ с после начала движения.

1.016. Из орудия произведен выстрел под углом $\alpha_0 = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 1$ км/с. Определить скорость v , нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения и радиус R кривизны траектории снаряда в ее наивысшей точке. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.017. Диск радиусом $R = 20$ см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 3,0$ рад, $B = -1$ рад/с, $C = 0,1$ рад/с². Определить

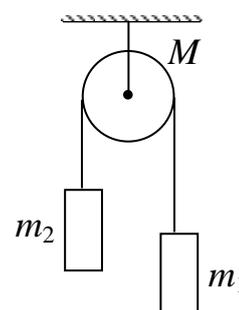
тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска для момента времени $t = 10$ с.

1.018. Тело, брошенное под углом $\alpha_0 = 60^\circ$ к горизонту, через время $t = 4$ с после начала движения имело вертикальную проекцию скорости $v_y = 9,8$ м/с. Определить расстояние между местом бросания и местом падения, радиус кривизны траектории, соответствующий точке падения.

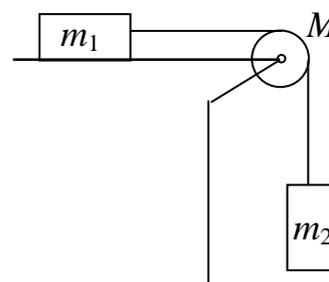
1.019. Движение точки по кривой задано уравнениями $x = A_1 t^3$ и $y = A_2 t$, где $A_1 = 1$ м/с³, $A_2 = 2$ м/с. Найти уравнение траектории точки, ее скорость v и полное ускорение a в момент времени $t = 0,8$ с.

Уравнения динамики

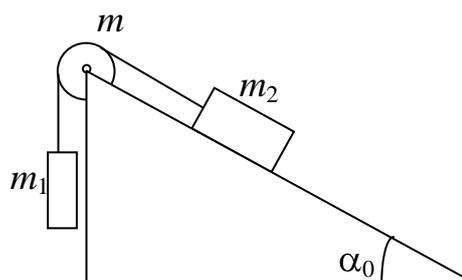
1.020. В установке известны масса однородного сплошного цилиндра $M = 1$ кг, его радиус $R = 20$ см и массы тел $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг. Скольжения нити и трения в оси цилиндра нет. Определить ускорения всех тел.



1.021. В системе известны массы тел $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг, коэффициент трения между телом m_1 и горизонтальной плоскостью $\mu = 0,1$, а также масса блока $m = 2$ кг, который можно считать однородным диском. Скольжения нити по блоку нет. В момент $t = 0$ тело m_2 начинает опускаться. Пренебрегая массой нити и трением в оси блока. Определить ускорения, с которым движутся тела, и силы натяжения нити.

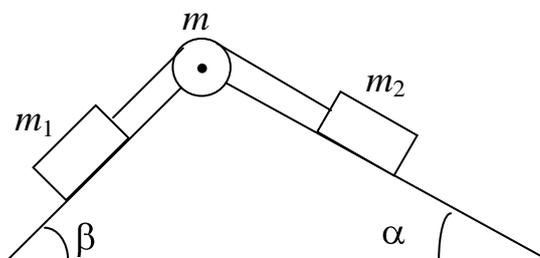


1.022. Блок массой $m = 1$ кг укреплен в вершине наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha_0 = 30^\circ$. Тела массой $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг соединены нитью и перекинуты через блок. Определить ускорение, с

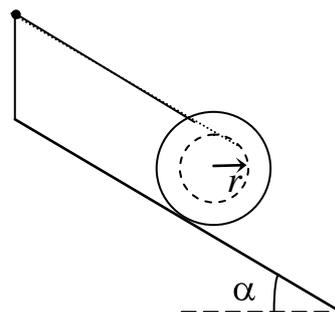


которым движутся тела и силы натяжения нити. Трением тела 2 о наклонную плоскость и трением в блоке пренебречь.

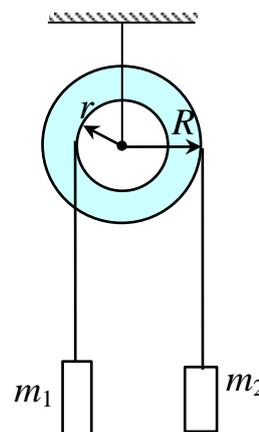
1.023. Блок массой $m = 2$ кг укреплен в вершине двух гладких наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 45^\circ$. Тела массы $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 1$ кг соединены нитью и перекинуты через блок. Определить ускорение a , с которым движутся тела. Блок можно считать однородным диском, трением в блоке пренебречь.



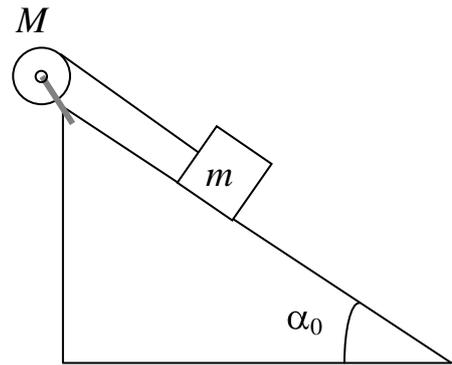
1.024. На гладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, находится катушка с ниткой, свободный конец которой укреплен, как показано на рисунке. Масса катушки $m = 200$ г, её момент инерции относительно собственной оси $I = 0,45$ г·м², радиус намотанного слоя ниток $r = 3$ см. Определить ускорение катушки.



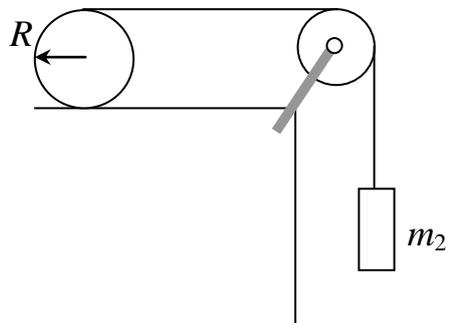
1.025. На ступенчатый цилиндрический блок намотаны в противоположных направлениях две легкие нити, нагруженные массами $m_1 = 4$ кг и $m_2 = 8$ кг. Определить угловое ускорение блока и натяжения T_1 и T_2 нитей, если момент инерции блока $J = 0,1$ кг·м².



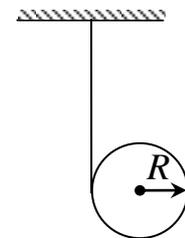
1.026. На блок массой $M = 500$ г, укрепленный в вершине наклонной плоскости, намотана тонкая нерастяжимая нить, к концу которой прикреплено тело массой $m = 1$ кг. Определить ускорения блока, тела и силу натяжения нити, если коэффициент трения тела о наклонную плоскость $\mu = 0,1$, а угол наклона плоскости $\alpha_0 = 30^\circ$. Блок можно считать однородным диском. Трением в блоке пренебречь.



1.027. На горизонтальной плоскости находится сплошной цилиндр радиусом $R = 20$ см и массой $m_1 = 3$ кг. На цилиндр намотана нить, переброшенная через блок, как показано на рисунке. К концу нити привязан груз массы $m_2 = 2$ кг. Цилиндр катится без проскальзывания. Определить ускорения цилиндра и груза. Массой блока и трением в его оси пренебречь.

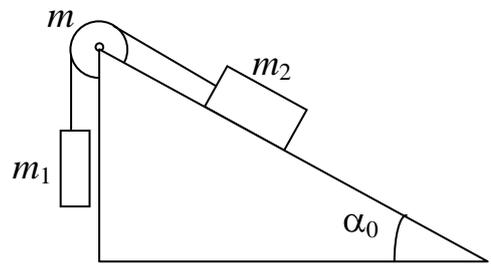


1.028. На однородный сплошной цилиндр массы $m = 1$ кг и радиуса $R = 10$ см намотана гибкая невесомая лента, второй конец которой закреплен, как показано на рисунке. Определить линейное и угловое ускорения цилиндра.



1.029. Два тела одинаковой массы $m_1 = m_2 = 2$ кг соединены нитью и перекинута через блок, как показано на рисунке. Определить ускорение a , с которым движутся тела и силу натяжения нити, если коэффициент трения тела 2 о наклонную плоскость равен $\mu=0,1$, а угол наклона плоскости $\alpha_0 = 30^\circ$. Блок можно считать однородным диском массы $m = 1$ кг. Трением в блоке пренебречь.

3. Закон сохранения импульса и энергии



1.030. Тело массой $m_1 = 2$ кг движется навстречу второму телу массой $m_2 = 1,5$ кг и абсолютно не упруго соударяется с ним. Скорости тел непосредственно перед ударом были $v_1 = 1$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. Определить расстояние, пройденное телами после удара, если коэффициент трения $\mu = 0,05$?

1.031. Человек, стоящий на неподвижной тележке бросает в горизонтальном направлении камень массой $m = 2$ кг. Тележка с человеком покатилась назад, и в первый момент после бросания ее скорость была $v = 0,1$ м/с. Масса тележки с человеком $M = 100$ кг. Найти кинетическую энергию W_k брошенного камня через время $t = 0,05$ с после начала его движения.

1.032. Конькобежец массой $M = 70$ кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m = 3$ кг со скоростью $v = 8$ м/с. На какое расстояние S откатился при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,02$?

1.033. Шар массой $m_1 = 2$ кг движется со скоростью $v_1 = 3$ м/с и нагоняет шар с массой $m_2 = 8$ кг, движущийся со скоростью $v_2 = 1$ м/с. Считая удар центральным, найти скорости v'_1 и v'_2 шаров после удара, если удар: а) абсолютно упругий; б) абсолютно неупругий.

1.034. Тело массой 5 кг ударяется о неподвижное тело массой 2,5 кг, которое после удара начинает двигаться с кинетической энергией 5 Дж. Считая удар центральным и упругим, найти кинетическую энергию первого тела до и после удара.

1.035. Два тела движутся навстречу друг другу и ударяются не упруго. Скорость первого тела до удара $v_1 = 2$ м/с, скорость второго $v_2 = 4$ м/с. Общая скорость тел после удара по направлению совпадает с направлением скорости v_1 и равна $v = 1$ м/с. Во сколько раз кинетическая энергия первого тела была больше кинетической энергии второго тела?

1.036. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает камень массой $m_1 = 2,5$ кг под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту со скоростью $v = 10$ м/с. Какова будет начальная скорость v_0 движения конькобежца, если масса его $m_2 = 60$ кг? На какое расстояние откатится конькобежец после броска, если коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,01$?

1.037. Два груза массами $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 15$ кг подвешены на нитях длиной $l = 2$ м так, что грузы соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонен на угол $\alpha = 60^\circ$ и отпущен. Определить высоту h , на которую поднимутся оба груза после удара. Удар грузов неупругий.

1.038. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом $\alpha = 30^\circ$ к линии горизонта. Определить скорость v_2 отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью $v_1 = 480$ м/с. Масса платформы с орудием и снарядами $m_2 = 18$ т, масса снаряда $m_1 = 60$ кг. На какое расстояние откатится платформа, если коэффициент трения платформы о рельсы $0,05$?

1.039. Молот массой $m_1 = 5$ кг ударяет небольшой кусок железа, лежащий на наковальне. Масса m_2 наковальни равна 100 кг. Массой куска железа пренебречь. Удар неупругий. Определить к.п.д. удара молота при данных условиях.

4. Закон сохранения момента импульса и энергии

1.040. Стержень длиной $l = 1,5$ м и массой $m_1 = 10$ кг может вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через верхний конец стержня. В середину стержня ударяет пуля массой $m_2 = 10$ г, летящая в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 500$ м/с и застревает в нем. На какой угол отклонится стержень после удара?

1.041. Пуля массой $m = 50$ г, двигаясь со скоростью $v = 100$ м/с, ударяется о выступ покоящегося зубчатого колеса, момент инерции которого $I = 0,25$ кг·м². Расстояние от точки попадания пули до оси вращения $r = 30$ см. Определить угловую скорость колеса, считая удар неупругим. Пуля двигалась в плоскости вращения колеса.

1.042. Горизонтальная платформа массой $m_1 = 150$ кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $n = 8$ мин⁻¹. Человек массой $m_2 = 70$ кг стоит при этом на краю платформы. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым, однородным диском, а человека материальной точкой.

1.043. Шарик массой $m = 100$ г, привязанный к концу нити длиной 1 м, вращается, опираясь на горизонтальную плоскость, делая 1 об/с. Нить медленно укорачивают, приближая шарик к оси вращения до расстояния 0,5 м. С какой угловой скоростью будет при этом вращаться шарик? Какую работу совершит внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

1.044. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол ϕ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы $m_1 = 280$ кг, масса человека $m_2 = 80$ кг.

1.045. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 8$ мин⁻¹, стоит человек массой $m_1 = 70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 10$ мин⁻¹. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.

1.046. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руке за ось велосипедное колесо, вращающееся вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega_1 = 25$ рад/с. Ось колеса расположена вертикально с осью скамьи Жуковского. С какой скоростью ω_2 станет вращаться скамья, если повернуть колесо вокруг горизонтальной оси на угол $\alpha = 90^\circ$? Момент инерции человека и скамьи I равен $2,5$ кг·м², момент инерции колеса $I_0 = 0,5$ кг·м².

1.047. Горизонтальная платформа массой $m = 80$ кг и радиусом 1 м, вращается с частотой $n_1 = 20$ об/мин. В центре платформы стоит человек и

держит в расставленных руках гири. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $I_1 = 2,94 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ до $I_2 = 0,98 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Считать платформу однородным диском.

1.048. Человек массой $m_1 = 60 \text{ кг}$ находится на неподвижной платформе массой $m_2 = 100 \text{ кг}$. С какой частотой начнет вращаться платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом $r = 5 \text{ м}$ вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы $v_1 = 4 \text{ км/ч}$. Радиус платформы $R = 10 \text{ м}$. Считать платформу однородным диском, а человека – точечной массой.

1.049. Человек стоит на скамье Жуковского и держит в руках стержень вертикально вдоль оси вращения скамьи. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой $n_1 = 15 \text{ с}^{-1}$. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамья, если человек повернет стержень на угол $\alpha = 180^\circ$ и колесо окажется на нижнем конце стержня? Суммарный момент инерции человека и скамьи $I = 8,0 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, радиус колеса $R = 25 \text{ см}$. Массу $m = 2,5 \text{ кг}$ колеса можно считать равномерно распределенной по ободу.

5. Уравнение гармонического колебания.

Скорость, ускорение, сила и энергия гармонического колебания

1.050. Колебания материальной точки происходят согласно уравнению: $x = A \cdot \cos \omega t$, где $A = 8 \text{ см}$, $\omega = \pi/6 \text{ с}^{-1}$. В момент, когда возвращающая сила в первый раз достигла значения $F = -5 \text{ мН}$, потенциальная энергия точки стала равной $W_n = 100 \text{ мкДж}$. Определить этот момент времени t и соответствующую ему фазу φ .

1.051. Колебания точки происходят по закону $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$. В некоторый момент времени смещение точки равно $x = 5 \text{ см}$, ее скорость $v = 20 \text{ см/с}$ и ускорение $a = -80 \text{ см/с}^2$. Определить амплитуду, циклическую частоту, период колебаний и фазу в рассматриваемый момент времени.

1.052. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение точки равно $x_{\max} = 10$ см, наибольшая скорость точки $v_{\max} = 20$ см/с. Определить циклическую частоту ω колебаний и максимальное ускорение a_{\max} точки.

1.053. Материальная точка массой $m = 50$ г совершает колебания, уравнение которых имеет вид $x = A \cdot \cos \omega t$, где $A = 10$ см, $\omega = 5$ с⁻¹. Определить силу, действующую на точку в положении наибольшего смещения точки.

1.054. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки $A = 2$ см, полная энергия колебаний $W = 0,3$ мкДж. Определить смещение точки от положения равновесия в момент, когда на нее действует сила $F = 22,5$ мкН.

1.055. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, $W = 30$ мкДж, максимальная сила, действующая на тело, $F_{\max} = 1,3$ мН. Записать уравнение движения этого тела, если период колебаний $T = 2$ с и начальная фаза $\varphi_0 = \pi/3$.

1.056. Максимальная скорость точки, совершающей гармонические колебания, равна $v_{\max} = 10$ см/с, максимальное ускорение $a_{\max} = 100$ см/с². Определить угловую частоту ω колебаний, их период T и амплитуду A . Записать уравнение колебаний, приняв начальную фазу равной нулю.

1.057. Уравнение колебаний материальной точки массой $m = 10$ г имеет вид $x = 0,1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8} \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$ м. Определить максимальную силу F_{\max} , действующую на точку, и полную энергию W колеблющейся точки.

1.058. Точка совершает гармонические колебания. Период колебаний $T = 2$ с, амплитуда колебаний $A = 50$ мм, начальная фаза $\varphi_0 = 0$. Определить скорость точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия $x = 25$ мм.

1.059. Начальная фаза гармонического колебания $\varphi_0 = 0$. При смещении точки от положения равновесия $x_1 = 2,4$ см, скорость точки $v_1 = 3$ см/с, а при смещении $x_2 = 2,8$ см ее скорость $v_2 = 2$ см/с. Определить амплитуду A и период T колебаний.

6. Сложение гармонических колебаний

1.060. Точка участвует в двух колебаниях одинакового направления с одинаковым периодом и одинаковыми начальными фазами. Амплитуды колебаний $A_1 = 3$ см и $A_2 = 4$ см. Определить амплитуду A результирующего колебания.

1.061. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \cdot \sin \omega t$ и $y = A_2 \cdot \cos \omega t$, где $A_1 = 0,5$ см и $A_2 = 2$ см. Определить уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

1.062. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 1,5$ с и амплитудами $A_1 = A_2 = 2$ см. Начальные фазы колебаний $\varphi_1 = \pi/2$ и $\varphi_2 = \pi/3$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Найти его уравнение.

1.063. Материальная точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cdot \cos \omega t$ и $y = A_2 \cdot \cos 2\omega t$, где $A_1 = 2$ см и $A_2 = 1$ см. Определить уравнение траектории и построить ее.

1.064. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \cdot \cos \omega t$ и $y = A_2 \cdot \cos \omega (t + \tau)$, где $A_1 = 4$ см; $A_2 = 8$ см; $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$; $\tau = 1$ с. Определить уравнение траектории точки и построить ее.

1.065. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cdot \cos \omega t$ и $y = A_2 \cdot \sin \omega t$, где $A_1 = 2$ см; $A_2 = 1$ см; $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$. Определить уравнение траектории точки и построить ее.

1.066. Движение точки задано уравнениями $x = A_1 \cdot \sin \omega t$ и $y = A_2 \cdot \sin \omega (t + \tau)$, где $A_1 = 10$ см, $A_2 = 5$ см, $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$, $\tau = \pi/4$ с. Определить уравнение траектории и скорость точки в момент времени $t = 0,5$ с.

1.067. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = \cos \pi t$ и $y = \cos \frac{\pi}{2} t$. Определить траекторию результирующего движения точки.

1.068. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = \sin \pi t$ и $y = 4 \sin(\pi t + \pi)$. Определить траекторию результирующего движения точки.

1.069. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих в одном направлении с начальными фазами $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ и $\varphi_2 = \frac{\pi}{6}$, с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 2$ с, одинаковыми амплитудами $A_1 = A_2 = 5$ см. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания.

7. Уравнение состояния газа, газовые законы

1.070. Баллон вместимостью $V = 20$ л заполнен азотом при температуре $T = 400$ К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 200$ кПа. Определить массу m израсходованного газа. Процесс считать изотермическим.

1.071. В баллоне вместимостью $V = 15$ л находится аргон под давлением $p_1 = 600$ кПа и при температуре $T_1 = 300$ К. Когда из баллона было взято некоторое количество газа, давление в баллоне понизилось до $p_2 = 400$ кПа, а температура установилась $T_2 = 260$ К. Определить массу m аргона, взятого из баллона.

1.072. Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление $p_1 = 2$ МПа и температура $T_1 = 800$ К, в другом $p_2 = 2,5$ МПа, $T_3 = 200$ К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры $T = 200$ К. Определить, установившееся давление p в сосудах.

1.073. Какой объем V занимает при нормальных условиях смесь газов – азота массой $m_1 = 1$ кг и гелия массой $m_2 = 1$ кг?

1.074. В баллонах вместимостью $V_1 = 20$ л и $V_2 = 44$ л содержится газ. Давление в первом баллоне $p_1 = 2,4$ МПа, во втором – $p_2 = 1,6$ МПа. Определить суммарное давление p и парциальные p_1' и p_2' после соединения баллонов, если температура газа осталась прежней.

1.075. При адиабатном сжатии давление воздуха было увеличено от $p_1 = 50$ кПа до $p_2 = 0,5$ МПа. Затем при неизменном объеме температура воздуха

была понижена до первоначальной. Определить давление p_3 газа в конце процесса. Построить график процесса.

1.076. Определить плотность ρ газовой смеси водорода и кислорода, если их массовые доли ω_1 и ω_2 равны соответственно $1/9$ и $8/9$. Давление p смеси равно 100 кПа, температура $T = 300$ К.

1.077. Баллон вместимостью $V = 30$ л содержит смесь водорода и гелия при температуре $T = 300$ К и давлении $p = 828$ кПа. Масса смеси равна 24 г. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 гелия.

1.078. В сосуде вместимостью $V = 15$ л находится смесь азота и водорода при температуре $t = 23^\circ\text{C}$ и давлении $p = 200$ кПа. Определить массы смеси и ее компонентов, если массовая доля ω_1 азота в смеси равна $0,7$.

1.079. Баллон вместимостью $V = 5$ л содержит смесь гелия и водорода при давлении $p = 600$ кПа. Масса m смеси равна 4 г, массовая доля ω_1 гелия равна $0,6$. Определить температуру T смеси.

8. Статистика

1.080. Во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости молекул воздуха? Масса пылинки $m = 10^{-8}$ г. Воздух считать однородным газом, молярная масса которого $\mu = 0,029$ кг/моль.

1.081. Плотность некоторого газа $\rho = 0,06$ кг/м³ средняя квадратичная скорость его молекул равна 500 м/с. Определить давление p , которое газ оказывает на стенки сосуда.

1.082. Определить число молекул n водорода в единице объема сосуда при давлении $p = 266,6$ Па, если средняя квадратичная скорость его молекул равна $2,4$ км/с.

1.083. В сосуде объемом $V = 2$ л находится масса $m = 10$ г кислорода при давлении $p = 90,6$ кПа. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа, число молекул n , находящихся в сосуде и плотность ρ газа.

1.084. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа равна 450 м/с. Давление газа $p = 50$ кПа. Определить плотность ρ газа при этих условиях.

1.085. Плотность некоторого газа $\rho = 0,082 \text{ кг/м}^3$ при давлении $p = 100 \text{ кПа}$ и температуре $t = 17^\circ\text{C}$. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа. Какова молярная масса μ этого газа?

1.086. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа, заключенного в сосуд объемом $V = 2 \text{ л}$ под давлением $p = 200 \text{ кПа}$. Масса газа $m = 0,3 \text{ г}$.

1.087. При какой температуре средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа равна $4,14 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$.

1.088. Частицы гуммигута диаметром $d = 1 \text{ мкм}$ участвуют в броуновском движении. Плотность гуммигута $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ частиц гуммигута при температуре $T = 273 \text{ К}$.

1.089. Масса $m = 10 \text{ г}$ азота находится в закрытом сосуде при температуре $T_1 = 280 \text{ К}$. Какое количество теплоты Q надо сообщить азоту, чтобы увеличить среднюю квадратичную скорость его молекул вдвое? Во сколько раз при этом изменится температура газа? Во сколько раз при этом изменится давление газа на стенки сосуда?

9. Первое начало термодинамики

1.090. Определить количество теплоты Q , которое надо сообщить кислороду объемом $V = 50 \text{ л}$ при его изохорном нагревании, чтобы давление газа повысилось на $\Delta p = 0,5 \text{ МПа}$.

1.091. При изотермическом расширении азота при температуре $T = 280 \text{ К}$ объем его увеличился в два раза. Определить: 1) совершенную при расширении газа работу A ; 2) изменение ΔU внутренней энергии; 3) количество теплоты Q , полученное газом. Масса азота $m = 0,2 \text{ кг}$.

1.092. Азот массой $m = 0,1 \text{ кг}$ был изобарно нагрет от температуры $T_1 = 200 \text{ К}$ до температуры $T_2 = 400 \text{ К}$. Определить работу A , совершенную газом, полученную им теплоту Q и изменение ΔU внутренней энергии.

1.093. Определить работу A , которую совершит азот, если ему при постоянном давлении сообщить количество теплоты $Q = 21 \text{ кДж}$. Найти также изменение ΔU внутренней энергии.

1.094. Водород занимает объём $V_1 = 10 \text{ м}^3$ при давлении $p_1 = 100 \text{ кПа}$. Газ нагревали при постоянном объёме до давления $p_2 = 300 \text{ кПа}$. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) работу A , совершаемую газом; 3) количество теплоты Q , совершаемую газом.

1.095. Кислород при неизменном давлении $p = 80 \text{ кПа}$ нагревается. Его объём увеличивается от $V_1 = 1 \text{ м}^3$ до $V_2 = 3 \text{ м}^3$. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии кислорода; 2) работу A , совершённую им при расширении; 3) количество теплоты Q , сообщённое газу.

1.096. Кислород массой $m = 2 \text{ кг}$ занимает объём $V_1 = 1 \text{ м}^3$ и находится под давлением $p_1 = 0,2 \text{ МПа}$. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объёма $V_2 = 3 \text{ м}^3$, а затем при постоянном объёме до давления $p_2 = 0,5 \text{ МПа}$. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершённую им работу A ; 3) количество теплоты Q , переданное газу. Построить график процесса.

1.097. В цилиндре под поршнем находится азот массой $m = 0,6 \text{ кг}$, занимающий объём $V_1 = 1,2 \text{ м}^3$ при температуре $T = 560 \text{ К}$. В результате подвода теплоты газ расширился и занял объём $V_2 = 4,2 \text{ м}^3$, при постоянной температуре. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии; 2) совершённую им работу A ; 3) количество теплоты Q , сообщённое газу.

1.098. При адиабатическом расширении кислорода с начальной температурой $T_1 = 320 \text{ К}$ внутренняя энергия уменьшилась на $\Delta U = 8,4 \text{ кДж}$, а его объём увеличился в $n = 10$ раз. Определить массу m кислорода.

1.099. Расширяясь, водород совершил работу $A = 6 \text{ кДж}$. Определить количество теплоты Q , подведённое к газу, если процесс протекал: 1) изобарически; 2) изотермически.

10. Теплоемкость

1.100. Удельная теплоемкость некоторого двухатомного газа $c_p = 14,4 \text{ кДж/(кг К)}$. Определить молярную массу μ этого газа.

1.101. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальных условиях $\rho = 1,43 \text{ кг/м}^3$. Определить удельные теплоемкости c_v и c_p этого газа.

1.102. Молярная масса некоторого газа $\mu = 0,03$ кг/моль, отношение $c_p/c_v = 1,4$. Определить удельные теплоемкости c_v и c_p этого газа.

1.103. Определить отношение c_p/c_v для газовой смеси, состоящей из массы $m_1 = 8$ г гелия и массы $m_2 = 16$ г кислорода.

1.104. Удельная теплоемкость газовой смеси, состоящей из количества $\nu_1 = 1$ кмоль кислорода и некоторой массы m_2 аргона $c_{p см} = 654,86$ Дж/(кг·К). Какая масса m_2 аргона находится в газовой смеси?

1.105. Разность удельных теплоемкостей $c_p - c_v$ некоторого двухатомного газа равна 260 Дж/(кг·К). Определить молярную массу μ газа и его удельные теплоемкости c_p и c_v .

1.106. Определить удельную теплоемкость c_v смеси газов, содержащей $V_1 = 5$ л водорода и $V_2 = 3$ л гелия. Газы находятся при одинаковых условиях.

1.107. Вычислить молярные теплоемкости газа, если его удельные теплоемкости $c_v = 10,4$ кДж/(кг·К) и $c_p = 14,6$ кДж/(кг·К).

1.108. Трехатомный газ под давлением $p = 240$ кПа и температуре $t = 20^\circ\text{C}$ занимает объем $V = 10$ л. Определить молярные теплоемкости этого газа при постоянном объеме и давлении.

1.109. Вычислить удельные теплоемкости газа, зная, что его молярная масса $\mu = 4 \cdot 10^3$ кг/моль и отношение теплоемкостей $c_p/c_v = 1,67$.

11. Циклические процессы

1.110. Идеальный многоатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар, причём наибольшее давление газа в два раза больше наименьшего, а наибольший объём в четыре раза больше наименьшего. Определить термический КПД цикла η .

1.111. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_2 охладителя равна 290 К. Во сколько раз увеличивается КПД цикла, если температура нагревателя повысится от $T_1 = 400$ К до $T_1' = 600$ К?

1.112. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, получив от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 4,2$ кДж, совершил работу $A = 590$ Дж. Найти термический КПД этого цикла. Во сколько раз температура T_1 нагревателя больше температуры T_2 охладителя?

1.113. Наименьший объем V_1 газа, совершающего цикл Карно, равен 153 л. Определить наибольший объем V_3 , если объем V_2 в конце изотермического расширения и объем V_4 в конце изотермического сжатия равны соответственно 600 и 189 л.

1.114. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 нагревателя равна 470 К, температура T_2 охладителя равна 280 К. При изотермическом расширении газ совершает работу $A = 100$ Дж. Определить термический КПД цикла η , а также количество теплоты Q_2 , которое газ отдает охладителю при изотермическом сжатии.

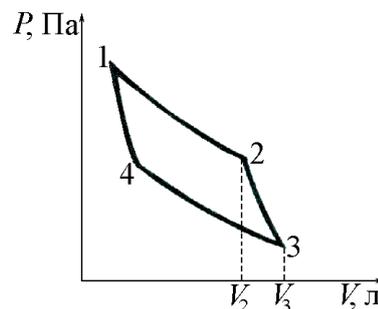
1.115. Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту $Q_1 = 84$ кДж. Определить работу A газа, если температура T_1 теплоотдатчика в три раза выше температуры T_2 теплоприемника.

1.116. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1 = 500$ К, температура теплоприемника $T_2 = 250$ К. Определить термический КПД цикла η , а также работу A_1 рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа $A_2 = 70$ Дж.

1.117. Определить работу A_2 изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, КПД которого $\eta = 0,4$, если работа изотермического расширения равна $A_1 = 8$ Дж.

1.118. Газ, совершающий цикл Карно, отдал теплоприемнику 67% теплоты, полученной от теплоотдатчика. Определить температуру T_2 теплоприемника, если температура теплоотдатчика $T_1 = 430$ К.

1.119. Идеальный двухатомный газ совершает цикл Карно, график которого изображен на рисунке. Объемы газа в состояниях 2 и 3 соответственно равны $V_2 = 12$ л и $V_3 = 16$ л. найти термический КПД цикла η .



12. Энтропия

1.120. Определить приращение ΔS энтропии при превращении массы $m = 10$ г льда ($t = -20^\circ\text{C}$) в пар ($t_n = 100^\circ\text{C}$).

1.121. Определить приращение ΔS энтропии при переходе массы $m = 8$ г кислорода от объема $V_1 = 10$ л при температуре $T_1 = 353$ К к объему $V_2 = 40$ л при температуре $T_2 = 573$ К.

1.122. Определить приращение ΔS энтропии при переходе массы $m = 6$ г водорода от объема $V_1 = 20$ л под давлением $p_1 = 150$ кПа к объему $V_2 = 60$ л под давлением $p_2 = 100$ кПа.

1.123. Масса $m = 6,6$ г водорода расширяется изобарически от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$. Определить приращение ΔS энтропии при этом расширении.

1.124. Определить приращение ΔS энтропии при изотермическом расширении массы $m = 6$ г водорода от давления $p_1 = 100$ кПа до давления $p_2 = 50$ кПа.

1.125. Масса $m = 10,5$ г азота изотермически расширяется от объема $V_1 = 2$ л до объема $V_2 = 5$ л. Определить приращение энтропии при этом процессе.

1.126. Масса $m = 10$ г кислорода нагревается от температуры $T_1 = 323$ К до температуры $T_2 = 423$ К. Определить приращение ΔS энтропии, если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.

1.127. Определить приращение ΔS энтропии при изобарическом расширении массы $m = 8$ г гелия от объема $V_1 = 10$ л до объема $V_2 = 25$ л.

1.128. В результате изохорического нагревания водорода массой $m = 1$ г давление p газа увеличилось в два раза. Определить приращение ΔS энтропии газа.

1.129. Кислород массой $m = 2$ кг увеличил свой объем в $n = 5$ раз один раз изотермически, другой – адиабатически. Определить изменения энтропии в каждом из указанных процессов.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Основные понятия и формулы

Закон Кулона (скалярная форма)

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r^2},$$

где F – сила взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2 ,

r – расстояние между зарядами,

ε – диэлектрическая проницаемость среды,

ε_0 – электрическая постоянная, равная $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где \vec{E} – напряженность поля в точке, вектор, совпадающий по направлению с силой, действующей на единичный положительный заряд q , помещенный в эту точку поля.

Потенциал поля

$$\varphi = \frac{W_n}{q},$$

где φ – потенциал, скаляр,

W_n – потенциальная энергия единичного положительного заряда q помещенного в данную точку поля.

ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ (НАПРЯЖЕННОСТЬ И ПОТЕНЦИАЛ ПОЛЯ, СОЗДАННОГО СИСТЕМОЙ ТОЧЕЧНЫХ ЗАРЯДОВ).

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i, \quad \varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i,$$

где \vec{E}_i, φ_i – напряженность и потенциал в данной точке поля, создаваемого i -м зарядом.

Напряженность и потенциал поля точечного заряда

$$E = \frac{q}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r},$$

где r – расстояние от точечного заряда до точки, в которой определяются E и φ .

Поток вектора напряженности Φ_E

а) через произвольную поверхность S , помещенную в неоднородное поле

$$\Phi_E = \int_S E \cos \alpha \, d\alpha, \text{ или } \Phi_E = \int_S E_n \, dS,$$

где α – угол между вектором напряженности \vec{E} и положительной нормалью \vec{n} к элементу поверхности, dS – площадь элемента поверхности, E_n – проекция вектора напряженности на нормаль;

б) через плоскую поверхность, помещенную в однородное электрическое поле

$$\Phi_E = E S \cos \alpha ;$$

в) поток вектора напряженности E через замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E_n \, dS,$$

где интегрирование ведется по всей поверхности.

Теорема Остроградского-Гаусса

Поток вектора напряженности E через любую замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i,$$

где $\sum_{i=1}^N q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри

замкнутой поверхности, N – число зарядов.

Напряженность электрического поля заряженной металлической сферы радиусом R на расстоянии r от центра сферы

а) $r < R$, $E = 0$,

б) $r = R$, $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2}$,

в) $r > R$, $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$,

где q – заряд на сфере.

Напряженность поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью (или цилиндром) на расстоянии r от ее оси.

$$E = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

где τ – линейная плотность заряда, равная отношению величины заряда нити (цилиндра) к длине.

$$\tau = \frac{q}{l}, \quad [\tau] = \text{Кл/м}.$$

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда, равная отношению заряда плоскости к ее площади

$$\sigma = \frac{q}{S}, \quad [\sigma] = \text{Кл/м}^2.$$

Напряженность поля двух параллельных бесконечных равномерно и разноименно заряженных плоскостей (плоский конденсатор при $d \ll l$, т.е. расстояние между пластинами много меньше линейных размеров пластин)

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$$

Электрическое смещение \vec{D} (вектор электростатической индукции) в изотропной среде связано с напряженностью поля соотношением

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}.$$

Связь потенциала поля φ с напряженностью \vec{E}

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi,$$

в скалярной форме

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},$$

где $\frac{d\varphi}{dr}$ – градиент потенциала, равный $\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{r_2 - r_1}$, т.е. отношению

изменения потенциала к расстоянию между двумя точками поля с потенциалами φ_1 и φ_2 .

Для однородного поля

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d},$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы двух эквипотенциальных поверхностей (поверхности равного потенциала), d – расстояние между ними вдоль силовой линии.

Работа A поля по перемещению точечного заряда q из одной точки поля в другую с соответствующими потенциалами φ_1 и φ_2

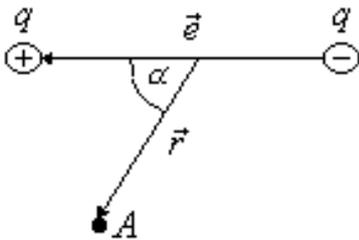
$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) \text{ или } A = q \int_l E_l dl,$$

где E_l – проекция вектора напряженности E на направление перемещения, dl – перемещение.

Для однородного поля $A = qEl \cos\alpha$, где l – перемещение, α – угол между \vec{E} и \vec{l} .

Диполь – система двух точечных зарядов, равных по величине и противоположных по знаку, расстояние между которыми значительно меньше расстояния от центра диполя до точки наблюдения.

Вектор \vec{l} , проведенный от отрицательного заряда диполя до положительного заряда, называется плечом диполя.



Произведение заряда $|q|$ диполя на его плечо \vec{l} называется электрическим моментом диполя

$$\vec{p} = |q| \vec{l}$$

Напряженность поля диполя (см. рисунок)

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 - 3\cos^2\alpha},$$

где P – электрический момент диполя, r – модуль радиуса вектора \vec{r} , α – угол между радиусом-вектором \vec{r} и плечом диполя \vec{l} .

Поляризованность диэлектрика (вектор поляризации)

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

где p_i – электрический момент отдельной (i -ой) молекулы, N – число молекул в объеме ΔV .

Связь поляризованности с напряженностью E поля в диэлектрике

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E},$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость (табличное значение), ε_0 – электрическая постоянная.

Связь диэлектрической проницаемости ε с диэлектрической восприимчивостью χ

$$\varepsilon = 1 + \chi.$$

Напряженность поля в диэлектрике связана с напряженностью внешнего поля соотношениями

$$\vec{E} = \vec{E}_0 / \varepsilon \quad \text{и} \quad \vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}.$$

Емкость уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

где q – заряд проводника, φ – его потенциал.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d},$$

где S , d – площадь и расстояние между пластинами плоского конденсатора соответственно.

Энергия электрического поля конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}.$$

Емкость параллельно соединенных конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

Емкость последовательно соединенных конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}.$$

Сила электрического тока

$$I = \frac{dq}{dt},$$

где dq – заряд, протекающий через поперечное сечение проводника за время dt .

Плотность электрического тока, есть векторная величина, модуль которой равен отношению силы тока к площади поперечного сечения проводника

$$\vec{j} = \frac{I}{S} \cdot \vec{k},$$

где \vec{j} – плотность тока (вектор); I – сила тока; S – сечение проводника (площадь); \vec{k} – единичный вектор, совпадающий по направлению с направлением движения положительных носителей заряда.

Связь плотности тока со средней скоростью $\langle \vec{u} \rangle$ направленного движения заряженных частиц

$$\vec{j} = qn\langle \vec{u} \rangle,$$

где q – заряд частиц; n – их концентрация.

Законы Ома

а) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$ – для однородного участка цепи;

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – напряжение на участке цепи; R – его сопротивление.

б) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon}{R}$ – для неоднородного участка цепи,

где ε – ЭДС источника тока; R – полное сопротивление цепи.

в) $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ – для замкнутой цепи,

где R – внешнее сопротивление цепи; r – внутреннее сопротивление источника тока.

г) $\vec{j} = j \cdot \vec{E}$ – закон Ома в дифференциальной форме,

где j – удельная проводимость проводника; \vec{E} – напряженность электрического поля; \vec{j} – плотность тока.

Сопротивление однородного проводника R

$$R = \rho \cdot \frac{l}{s},$$

где ρ – удельное сопротивление проводника, l – его длина, s – площадь поперечного сечения.

Проводимость G проводника и удельная проводимость j

$$G = \frac{1}{R}, \quad j = \frac{1}{\rho}.$$

Температурная зависимость удельного сопротивления ρ

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 + \alpha t^\circ),$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при 0°C , t° – температура по шкале Цельсия, α – температурный коэффициент сопротивления.

Сопротивление соединенных проводников:

а) последовательно $R = \sum_{i=1}^N R_i$;

б) параллельно $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$,

где R_i – сопротивление i -го проводника, N – число проводников.

Законы Кирхгофа

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0,$$

$$\sum_{i=1}^N I_i R_i = \sum_{k=1}^M \varepsilon_k,$$

где $\sum_{i=1}^N I_i$ – алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле; $\sum_{i=1}^N I_i R_i$ –

алгебраическая сумма ЭДС источников, включенных в контур; N – количество сопротивлений контура; M – число источников ЭДС.

Работа тока A

$$A = I \cdot U \cdot t, \quad A = I^2 R \cdot t, \quad A = \frac{U^2}{R} \cdot t,$$

где t – время движения зарядов по проводнику.

Мощность тока P

$$P = I \cdot U, \quad P = I^2 R, \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля-Ленца для $I = \text{const}$

$$dQ = I^2 \cdot R \cdot dt$$

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t,$$

Связь магнитной индукции B с напряженностью H магнитного поля

$$B = \mu \mu_0 H,$$

где μ – магнитная проницаемость изотропной среды; μ_0 – магнитная постоянная.

В вакууме $\mu = 1$, и тогда магнитная индукция в вакууме

$$B = \mu_0 H.$$

Закон Био–Савара–Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu \mu_0}{4\pi} \left[\vec{l} \cdot \vec{r} \right] \frac{1}{r^3} \quad \text{или} \quad dB = \frac{\mu \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{l \cdot \sin \alpha}{r^2} \cdot dl,$$

где dB – магнитная индукция поля, создаваемого элементом провода длиной dl с током I ; \vec{r} – радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция; α – угол между радиусом-вектором и направлением тока в элементе провода.

Магнитная индукция в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{2R},$$

где R – радиус витка.

Магнитная индукция на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

где h – расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0},$$

где r – расстояние от оси провода до точки, в которой определяется магнитная индукция.

МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ ПОЛЯ, СОЗДАВАЕМОГО ОТРЕЗКОМ ПРОВОДА С ТОКОМ (СМ. РИСУНОК 1),

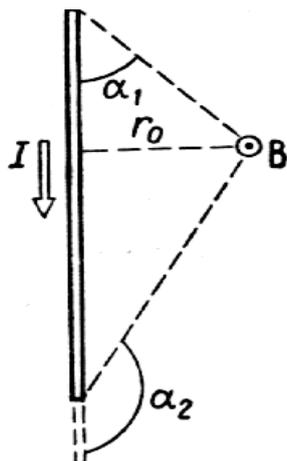


Рис. 1.

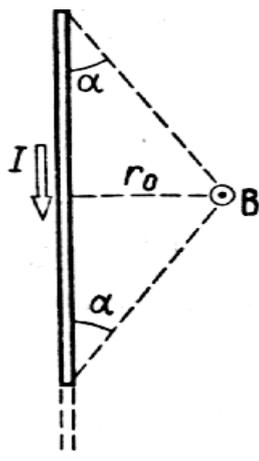


Рис. 2.

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} \cdot (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

Обозначения ясны из рисунка. Направление вектора магнитной индукции \vec{B} обозначено точкой – это значит, что вектор \vec{B} направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам.

При симметричном расположении концов провода относительно точки, в которой

определяется магнитная индукция (см. рисунок 2), $-\cos\alpha_2 = \cos\alpha_1 = \cos\alpha$, тогда

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0} \cdot \cos\alpha.$$

Магнитная индукция поля соленоида

$$B = \mu\mu_0 nI,$$

где $n = \frac{N}{l}$ – отношение числа витков соленоида к его длине.

Сила, действующая на провод с током в магнитном поле (закон Ампера),

$$\vec{F} = I \left[\vec{l} \times \vec{B} \right], \quad \text{или} \quad F = I \cdot B \cdot l \cdot \sin\alpha,$$

где l – длина провода; α – угол между направлением тока в проводе и вектором магнитной индукции B .

Это выражение справедливо для однородного магнитного поля и прямого отрезка провода. Если поле неоднородно и провод не является прямым, то закон Ампера можно применять к любому элементу провода в отдельности:

$$d\vec{F} = I \vec{l} \cdot \vec{B}.$$

Магнитный момент плоского контура с током

$$\vec{p}_m = \vec{n} \cdot I \cdot S,$$

где \vec{n} – единичный вектор нормали (положительной) к плоскости контура; I – сила тока, протекающего по контуру; S – площадь контура.

Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле

$$\vec{M} = p_m \vec{B}, \quad \text{или} \quad M = p_m B \cdot \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами p_m и B .

Сила Лоренца – сила, с которой магнитное поле действует на движущуюся частицу зарядом Q

$$\vec{F} = Q \vec{v} \times \vec{B}, \quad \text{или} \quad F = Q \cdot v \cdot B \sin \alpha,$$

где \vec{v} – скорость заряженной частицы; α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Если частица находится одновременно в электрическом и магнитном полях, то под силой Лоренца понимают выражение

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q \vec{v} \times \vec{B}.$$

Магнитный поток:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha, \quad \text{или} \quad \Phi = B_n S,$$

где S – площадь контура; α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$\Phi = \int_S B_n dS$$

(интегрирование ведется по всей поверхности).

Потокоцепление (полный поток)

$$\Psi = N\Phi .$$

Эта формула верна для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков.

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi .$$

ЭДС индукции

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} .$$

Разность потенциалов на концах провода, движущегося со скоростью v в магнитном поле,

$$U = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha ,$$

где l – длина провода; α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R}, \quad \text{или} \quad Q = \frac{N\Delta\Phi}{R} = \frac{\Delta\Psi}{R},$$

где R — сопротивление контура.

Индуктивность контура

$$L = \frac{\Phi}{I}.$$

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где $n = \frac{N}{l}$ — отношение числа витков соленоида к его длине; V — объем соленоида.

Энергия магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объему)

$$w = \frac{BH}{2}, \quad \text{или} \quad w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}, \quad \text{или} \quad w = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2},$$

где B — магнитная индукция; H — напряженность магнитного поля.

Закон Ома для цепи переменного тока с последовательным соединением активного R , индуктивного X_L и емкостного X_C сопротивлений

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

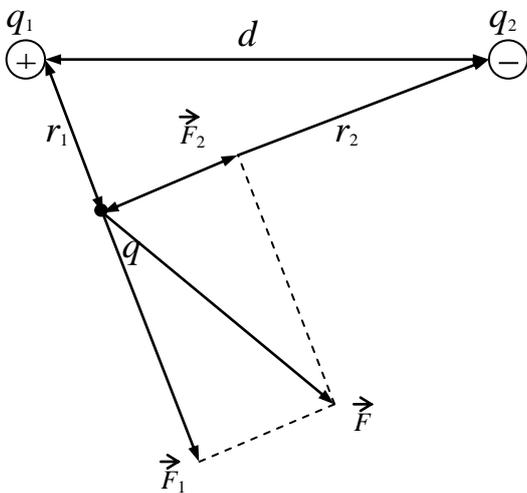
где R – активное сопротивление, $X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивление,

$X_C = \frac{1}{\omega C}$ – емкостное сопротивление.

Примеры решения задач

Задача 2.1. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 1 \text{ мкКл}$ и $q_2 = -q_1$ равно 10 см. Определить силу F , действующую на точечный заряд $q = 0,1 \text{ мкКл}$, удаленный на $r_1 = 6 \text{ см}$ от первого и на $r_2 = 8 \text{ см}$ от второго зарядов.

Решение. По рисунку треугольники расстояний и сил подобны и



прямоугольны (для Δ расстояний: $d^2 = r_1^2 + r_2^2$, $100 = 36 + 64$).

По принципу суперпозиции сила, действующая на заряд q , является суммой (векторной) сил, действующих со стороны зарядов q_1 и q_2 , т.е.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2,$$

а так как $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$, то

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (1)$$

Сила F_1 – взаимодействие заряда q с q_1 определяется

$$F_1 = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}.$$

Сила F_2 – взаимодействие заряда q с q_2 определяется

$$F_2 = \frac{qq_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}.$$

Подставляя F_1 и F_2 в (1) получим

$$F = \sqrt{\left(\frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{qq_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}\right)^2} = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{1}{r_1^4} + \frac{1}{r_2^4}}, \quad (2)$$

(т.к $|q_1| = |q_2|$).

Переводим данные в единицы системы СИ

$$q_1 = |q_2| = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл},$$

$$d = 0,1 \text{ м},$$

$$r_1 = 0,06 \text{ м},$$

$$r_2 = 0,08 \text{ м},$$

$$q = 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}.$$

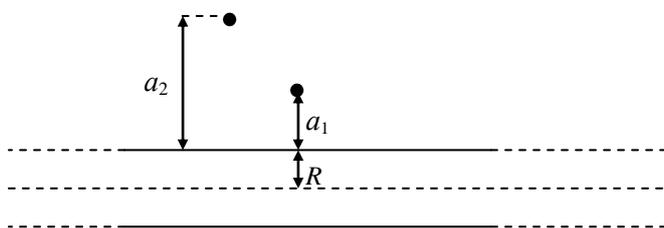
Подставляем в (2) и рассчитываем

$$F = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \sqrt{\frac{1}{36 \cdot 10^{-4}} + \frac{1}{64 \cdot 10^{-4}}} = 2,87 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

Задача 2.2. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом $R = 1 \text{ см}$, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau = 20 \text{ нКл/м}$. Определить разность потенциалов двух точек поля, находящихся на расстояниях $a_1 = 0,5 \text{ см}$ и $a_2 = 2 \text{ см}$ от поверхности цилиндра, в средней его части.

Решение. Для определения разности потенциалов используем соотношение между напряженностью поля и градиентом потенциала.

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi.$$



Для симметричного поля, таким является поле заряженного цилиндра, это соотношение можно записать в

виде:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \quad \text{или} \quad d\varphi = -E dr. \quad (1)$$

Интегрируя выражение (1)

$$\varphi_1 - \varphi_2 = - \int_{r_1}^{r_2} E dr, \quad (2)$$

где r – расстояние от оси цилиндра до точек.

Так как точки взяты вблизи средней части длинного цилиндра, можно воспользоваться формулой напряженности поля бесконечно длинного цилиндра.

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

Подставив E в (2), получим

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad \text{или}$$

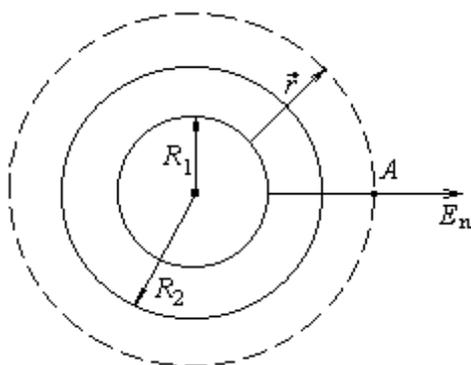
$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (3)$$

Произведем вычисления, учитывая, что $r_1=R+a_1$, $r_2=R+a_2$ и переведем данные задачи в единицы СИ

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{6,28 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln \frac{3 \cdot 10^{-2}}{1,5 \cdot 10^{-2}} = \frac{2 \cdot 10^4}{628 \cdot 8,85} \ln 2 = 250 \text{ В}.$$

Задача 2.3. Две концентрические металлические сферы радиусами $R_1 = 6$ см, $R_2 = 10$ см заряжены с поверхностными плотностями заряда σ_1 и σ_2 . Напряженность поля в точке на расстоянии $r = 15$ см от центра сферы равна 200 В/м. Определить заряд второй сферы, если $\sigma_1 = 22$ нКл/м².

Решение. Для решения задачи применим теорему Остроградского Гаусса.



$$\oint E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i, \quad (1)$$

где левая часть уравнения – поток вектора напряженности, равный интегралу по замкнутой поверхности от произведения проекции напряженности поля в данной точке на элемент Гауссовой поверхности, а правая – алгебраическая сумма зарядов, находящихся внутри Гауссовой поверхности.

Поверхность Гаусса должна быть интегрируемая, симметричная источнику поля и проходить через точку, для которой определяется напряженность. В данной задаче через точку, для которой напряженность известна.

Этим условиям соответствует сфера, центр которой совпадет с центром концентрических заряженных сфер, имеющая радиус 15 см (на рисунке штриховая окружность – сечение этой сферы).

Так как поле однородно, а напряженность совпадает с нормалью к поверхности, то искомая напряженность $E = E_n$.

После интегрирования уравнения (1), получим

$$E \cdot S = \frac{q_1 + q_2}{\varepsilon_0}, \quad (2)$$

отсюда
$$q_2 = E \cdot S \cdot \varepsilon_0 - q_1, \quad (3)$$

где S – площадь поверхности Гаусса, равная $S = 4\pi r^2$; q_1 – заряд на сфере с радиусом r_1 , равный $q_1 = \sigma_1 \cdot s_1$ (σ_1 – плотность заряда, s_1 – площадь первой сферы, равная $4\pi R_1^2$).

Подставим в уравнение (3) площадь первой сферы и Гауссовой поверхности, получим

$$q_2 = E \cdot 4\pi r^2 \cdot \varepsilon_0 - \sigma_1 \cdot 4\pi R_1^2.$$

Подставим в последнее уравнение данные задачи в единицах СИ и рассчитаем

$$q_2 = 200 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 225 \cdot 10^{-4} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} - 22 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 36 \cdot 10^{-4}$$

$$q_2 = -0,5 \text{ нКл}$$

Задача 2.4а. Два точечных заряда $q_1 = 6$ нКл и $q_2 = 3$ нКл находятся на расстоянии $d = 60$ см друг от друга. Определить работу внешних сил при уменьшении расстояния между зарядами вдвое.

Решение. Положим, что первый заряд q_1 остается неподвижным, а второй заряд q_2 под действием внешних сил перемещается в поле, созданном зарядом q_1 , приближаясь к нему.

Работа A' внешних сил по перемещению заряда q_2 из точки 1, потенциал которой φ_1 в точку 2, потенциал которой φ_2 , равна по модулю и противоположна по знаку работе A сил поля по перемещению заряда между этими же точками

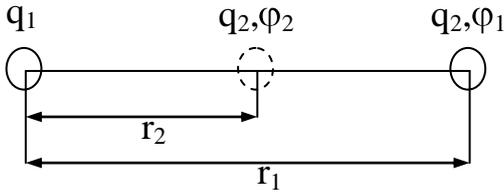
$$A' = -A.$$

Работа сил поля определяется соотношением $A = q_2 (\varphi_1 - \varphi_2)$, тогда работа внешних сил может быть записана

$$A' = -q_2 (\varphi_1 - \varphi_2) = q_2 (\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1)$$

Потенциал точек 1 и 2 выразятся формулами

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}; \quad \varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2}.$$



Подставляя выражения для потенциалов φ_1 и φ_2 в формулу (1), получим

$$A' = q_2 \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} \right) = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (2)$$

Переводим данные задачи в систему СИ

$$q_1 = 6 \cdot 10^{-9} \text{ кл}, \quad q_2 = 3 \cdot 10^{-9} \text{ кл}.$$

$$\text{Учтем, что } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$$

$$d = r_1 = 0,6 \text{ м}, \quad r_2 = \frac{d}{2} = 0,3 \text{ м},$$

подставляем в конечную формулу (2) и, вычисляя, найдем

$$A' = 9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{-9} \cdot \left(\frac{1}{0,3} - \frac{1}{0,6} \right) \approx 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}.$$

Задача 2.4б. Электрон со скоростью $v = 1,83 \cdot 10^6$ м/с влетел в однородное электрическое поле в направлении, противоположном вектору напряженности поля. Какую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы обладать энергией $E = 13,6$ эВ? [Электрон-вольт (эВ) – энергия, которую приобретает частица, несущая элементарный заряд (заряд электрона), прошедшая разность потенциалов 1 В].

Решение. Электрон в поле должен пройти такую разность потенциалов, чтобы приобретенная им энергия W в сумме с начальной кинетической энергией W_{k_0} составила энергию E , то есть

$$W = W_{k_0} + \Delta W \quad (1)$$

Кинетическая энергия электрона равна

$$\Delta W = \frac{mv^2}{2},$$

где m – масса электрона, v – его начальная скорость.

Энергия, приобретенная в поле выражается соотношением

$$\Delta W = e \cdot U,$$

где e – заряд электрона.

Подставляем выражения для T и W в уравнение (1), получим

$$W = eU + \frac{mv^2}{2},$$

из которой следует конечная формула

$$U = \frac{2W - mv^2}{2e}.$$

Вычисления производим в единицах СИ

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг},$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ кл},$$

$$v = 1,86 \cdot 10^6 \text{ м/с},$$

$$E = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot \text{В} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 4,15 \text{ В}.$$

Задача 2.5. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = 280 \text{ В}$. Площадь пластин $S = 0,01 \text{ м}^2$, поверхностная плотность заряда на пластинах $\sigma = 495 \text{ нКл/м}^2$. Определить напряженность E поля внутри конденсатора, расстояние d между пластинами, емкость C конденсатора, энергию W конденсаторе, силу притяжения F пластин конденсатора.

Решение. 1. Напряженность поля внутри конденсатора определяется по формуле

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0},$$

в задаче не сказано о среде внутри конденсатора, предполагаем, что конденсатор воздушный и тогда $\varepsilon = 1$, переводим плотность заряда в единицы системы СИ $\sigma = 495 \cdot 10^{-9} \text{ кл/м}^2$ и вычисляем

$$E = \frac{495 \cdot 10^{-9}}{8,85 \cdot 10^{-12}} = 55,9 \cdot 10^3 \approx 5,6 \cdot 10^4 \text{ В/м}$$

(ε_0 – электрическая постоянная, равная $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ м/Ф}$).

2. Расстояние между пластинами d найдем из соотношения между напряжением U и напряженностью E .

$$E = \frac{U}{d}, \text{ откуда } d = \frac{U}{E},$$

подставляем данные и решаем

$$d = \frac{280}{5,6 \cdot 10^4} = 50 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

3. Емкость плоского конденсатора по определению равна

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \cdot S}{d}.$$

Подставляем данные задачи и определяем

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,77 \cdot 10^{-11} \text{ Ф.}$$

4. Энергия плоского конденсатора определяется по формуле

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

Подставляем данные и вычисляем

$$W = \frac{1,77 \cdot 10^{-11} \cdot (80)^2}{2} = 693,8 \cdot 10^{-9} \approx 7 \cdot 10^{-7} \text{ Дж.}$$

5. силу взаимодействия между пластинами можно как действие поля одной пластины на заряд другой пластины, то есть

$$F = Q \cdot E_1,$$

где Q – заряд одной пластины, равный $Q = \sigma \cdot S$, E_1 – поле одной пластины, то есть как $\frac{1}{2}E$ (поле внутри конденсатора).

При этом получим:

$$F = \sigma \cdot S \cdot \frac{E}{2} = 495 \cdot 10^{-9} \cdot 0,01 \cdot \frac{5,6 \cdot 10^4}{2} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

Можно рассчитать силу взаимодействия по соотношению W и F для однородного поля (поле внутри конденсатора однородно)

$$|F| = \frac{W}{d}.$$

После подстановки данных получим

$$|F| = \frac{7 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

Задача 2.6. К батарее аккумуляторов, ЭДС (ε) которой равна 2 В и внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом, присоединен проводник. Определить сопротивление R проводника, при котором выделяемая в нем мощность максимальна и величину этой мощности.

Решение. В замкнутой цепи мощность, выделяемая на внешнем участке можно рассчитать по уравнению

$$P = I \cdot U = I^2 R = \varepsilon^2 \cdot \frac{R}{(R + r)^2}, \quad (1)$$

так как ток в такой цепи рассчитывается по закону Ома $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$.

Для расчета максимальной мощности, нужно уравнение (1) продифференцировать по R , приравнять полученное выражение к нулю, то есть исследовать функцию (1) на экстремум

$$\frac{dP}{dR} = \varepsilon^2 \cdot \frac{r^2 - R^2}{(R + r)^3} = 0 \quad (2)$$

Из уравнения (2) следует $r^2 = R^2$ $R = r$, то есть максимальную мощность на внешнем участке цепи можно получить при условии

$$R_{P_{max}} = r.$$

Следовательно, внешнее сопротивление при P_{max} равно внутреннему, то есть $R_{P_{max}} = 0,5$ Ом.

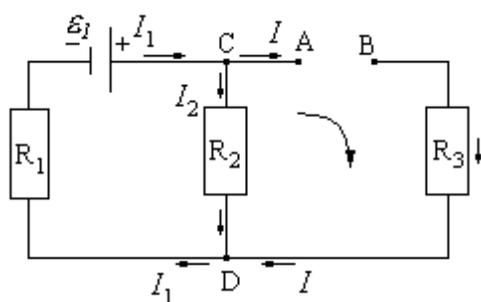
это значение подставляем в уравнение (1)

$$P_{max} = \varepsilon^2 \cdot \frac{R_{P_{max}}}{(R_{P_{max}} + r)^2}$$

и получаем

$$P_{max} = 4 \cdot \frac{0,5}{(0,5 + 0,5)^2} = 2 \text{ Вт.}$$

Задача 2.7. Три сопротивления $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 3$ Ом, а так



же источник тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 1,4$ В соединены, как показано на рисунке. Определить ЭДС источника тока, который надо включить в цепь между точками А и В, так чтобы через сопротивление R_3 шел ток силой $I = 1$ А в направлении, указанном стрелкой. Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.

Решение. Определим неизвестные величины с помощью законов Кирхгофа. Выберем направления токов и обхода контура по часовой стрелке, как показано на рисунке.

В схеме – два узла С и Д. По первому закону Кирхгофа запишем уравнение для узла С

$$I_1 - I - I_2 = 0. \quad (1)$$

При составлении этого уравнения соблюдается правило знаков: ток, подходящий к узлу, входит в уравнение со знаком плюс (I_1), ток, отходящий от узла – со знаком минус (I и I_2).

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа соблюдаются следующие правила знаков:

а) если ток по направлению совпадает с выбранным направлением обхода контура, соответствующее произведение ($I \cdot R$) входит в уравнение со знаком плюс, в противном случае произведение ($I \cdot R$) входит в уравнение со знаком минус;

б) если ЭДС при обходе контура по выбранному направлению приходится идти от минуса к плюсу внутри источника тока, то соответствующая ЭДС входит в уравнение со знаком плюс, в противном случае – со знаком минус.

В данной задаче три неизвестных I_2 , I_3 и ЭДС второго источника ε_2 , поэтому к уравнению (1) нужно добавить еще два уравнения.

Выберем два контура САВДС через сопротивление R_2 и контур САВДС через сопротивление R_1 .

Следуя правилам написания уравнений, запишем для выбранных контуров следующие уравнения:

$$I \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 = \varepsilon_2 \quad (2)$$

$$I \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (3)$$

Решим совместно три уравнения:

из (2) найдем
$$I_2 = \frac{I \cdot R_3 - \varepsilon_2}{R_2},$$

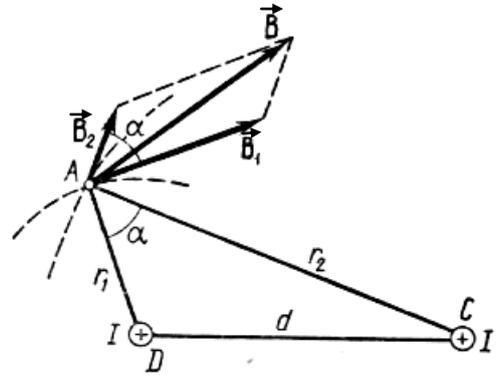
из (3) найдем
$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - I \cdot R_3}{R_1},$$

подставим в (1) и получим:

$$\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - I \cdot R_3}{R_1} - I - \frac{I \cdot R_3 - \varepsilon_2}{R_2} = 0.$$

Последнее уравнение решим относительно ε_2 с подстановкой данных задачи и получим значение неизвестной ЭДС, равной $\varepsilon_2 = 5,4$ В.

Задача 2.8а. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C , по которым текут в одном направлении электрические токи силой $I = 60$ А, расположены на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию \vec{B} поля, создаваемого проводниками с током в точке A , отстоящей от оси одного проводника на расстоянии $r_1 = 5$ см, от другого – $r_2 = 12$ см.



Решение. Для нахождения магнитной индукции \vec{B} в точке A воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитных индукций \vec{B}_1 и \vec{B}_2 полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и сложим их геометрически:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Модуль вектора B может быть найден по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}, \quad (1)$$

где α – угол между векторами \vec{B}_1 и \vec{B}_2 .

Магнитные индукции B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки A :

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi r_1), \quad B_2 = \mu_0 I / (2\pi r_2).$$

Подставляя выражения B_1 и B_2 в формулу (1) и вынося $\mu_0 I / (2\pi)$ за знак корня, получаем

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha}. \quad (2)$$

Вычислим $\cos \alpha$. Заметив, что $\alpha = \angle DAC$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами), по теореме косинусов запишем

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha,$$

где d — расстояние между проводами. Отсюда

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}; \quad \cos \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

подставим в формулу (2) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

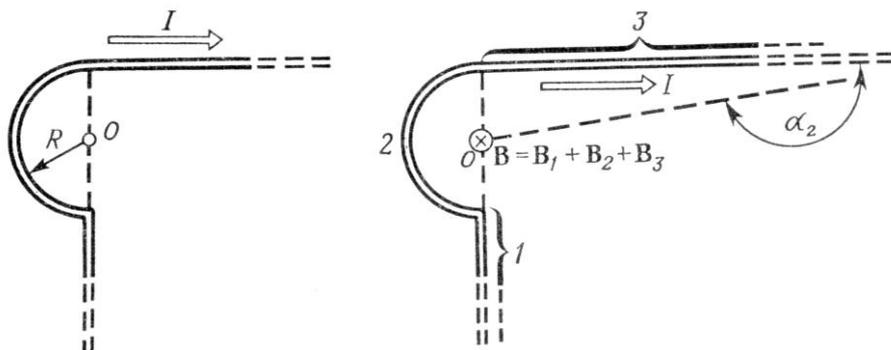
$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1}{(0,05)^2} + \frac{1}{(0,12)^2} \cdot \frac{2}{0,05 \cdot 0,12} \cdot \frac{23}{40}} \text{ Тл} = 3,08 \cdot 10^{-4} \text{ Тл} = 308 \text{ мкТл.} \quad B = 308 \text{ мкТл.}$$

Задача 2.86. Бесконечно длинный провод изогнут так, как это изображено на рис.1. Радиус R дуги окружности равен 10см. Определить магнитную индукцию \vec{B} поля, создаваемого в точке O током $I = 80$ А, текущим по этому проводу.

Решение. Магнитную индукцию \vec{B} в точке O найдем, используя принцип суперпозиции магнитных полей: $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$. В нашем случае провод можно разбить на три части (рис. 2): два прямолинейных провода (1 и 3), одним концом уходящие в бесконечность, и дугу полуокружности (2) радиуса R , то есть

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3,$$

где $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$ — магнитные индукции в точке O , создаваемые током, текущим соответственно на первом, втором и третьем участках провода.



Так как точка О лежит на оси провода 1, то $\vec{B}_1 = 0$ и тогда

$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

Учитывая, что векторы \vec{B}_2 и \vec{B}_3 направлены по одной прямой, в соответствии с правилом буравчика, перпендикулярно плоскости чертежа от нас, то геометрическое суммирование можно заменить алгебраическим:

$$B = B_2 + B_3.$$

Магнитную индукцию B_2 найдем, воспользовавшись выражением для магнитной индукции в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

В нашем случае магнитное поле в точке О создается лишь половиной такого кругового тока, поэтому

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Магнитную индукцию B_3 найдем, воспользовавшись соотношением

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

В нашем случае $r_0 = R$, $\alpha_1 = \pi/2$ ($\cos \alpha_1 = 0$), $\alpha_2 \rightarrow \pi$ ($\cos \alpha_2 = -1$). Тогда

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}.$$

Используя найденные выражения для B_2 и B_3 , получим

$$B = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R},$$

или

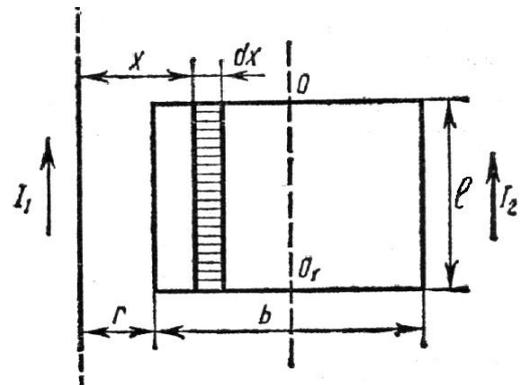
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\pi + 1).$$

произведем вычисления

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80}{4\pi \cdot 0,1} (\pi + 1) \text{ Тл} = 3,31 \cdot 10^{-4} \text{ Тл},$$

$$B = 331 \text{ мкТл}.$$

Задача 2.9. Прямой бесконечный ток $I_1 = 5$ А и прямоугольная рамка с током $I_2 = 3$ А расположены в одной плоскости так, что сторона рамки $l = 1$ м параллельна прямому току и отстоит от него на расстоянии $r = 0,1b$, где b – длина другой стороны рамки (см. рисунок). Определить, какую работу необходимо совершить для того, чтобы повернуть рамку на угол $\alpha = 90^\circ$ относительно оси OO_1 , параллельной прямому току и проходящей через середины противоположных сторон рамки b .



Решение. Из условия задачи понятно, что во втором положении магнитный поток через рамку равен нулю $\Phi_2 = 0$. Остается рассчитать магнитный поток Φ_1 через рамку в первом положении. Так как поле прямого бесконечного тока I_1

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

является неоднородным, то решение $\Phi_1 = B_1 S$ (где $S = lb$ – площадь рамки) неверно.

Применим дифференциально-интегральный метод. Разделим площадь рамки на столь узкие полосы, чтобы в пределах каждой такой полосы магнитное поле можно было бы считать однородным. Рассмотрим одну такую полоску шириной dx , находящуюся на расстоянии x от прямого тока I_1 . Элементарный магнитный поток через эту полоску

$$d\Phi = B dS = \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi x} dx.$$

Отсюда после интегрирования по x находим магнитный поток

$$\Phi_1 = \int_{0,1b}^{0,1b+b} \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \ln \frac{0,1b+b}{0,1b}.$$

Таким образом,

$$A = I_2 \Delta\Phi = I_2 \Phi_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \ln \frac{0,1b+b}{0,1b}.$$

После подстановки числовых значений получаем $A \approx 7,1 \cdot 10^{-6}$ Дж.

Задача 2.10а. Определить ускоряющую разность потенциалов U , которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью $v_1 = 10^6$ м/с, чтобы скорость его возросла в $n = 2$ раза.

Решение. Ускоряющую разность потенциалов можно найти, вычислив работу A сил электростатического поля. Эта работа определяется произведением элементарного заряда e на разность потенциалов U

$$A = eU. \quad (1)$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равна изменению кинетической энергии электрона

$$A = W_{K1} - W_{K2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad (2)$$

где W_{K1} и W_{K2} – кинетическая энергия электрона до и после прохождения ускоряющего поля; m – масса электрона; v_1 и v_2 – начальная и конечная скорости его.

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mn^2v_1^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

где $n = v_2 / v_1$.

Отсюда искомая разность потенциалов

$$U = \frac{mv_1^2(n^2 - 1)}{2e}.$$

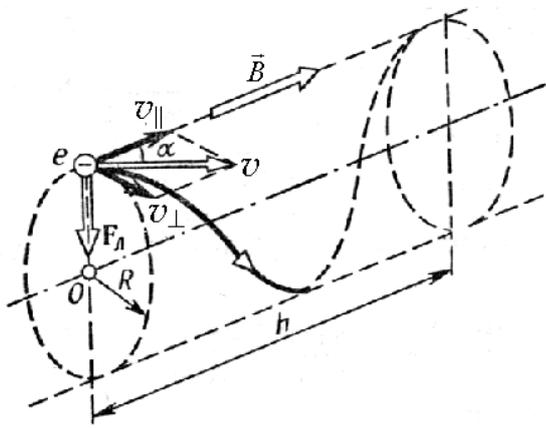
ПРОИЗВЕДЕМ ВЫЧИСЛЕНИЯ

$$U = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} (2^2 - 1) \text{ В} = 8,53 \text{ В}.$$

Пример 2.10б. Электрон движется в однородном магнитном поле ($B = 10$ мТл) по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг $h = 6$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость v .

Решение. Электрон будет двигаться по винтовой линии, если он влетает в однородное магнитное поле под некоторым углом ($\alpha \neq \pi/2$ и $\alpha \neq 0$) к линиям

магнитной индукции. Разложим, как это показано на рисунке, скорость v электрона на две составляющие:



параллельную вектору $\vec{B}(v_{\parallel})$ и перпендикулярную ему (v_{\perp}). Скорость v_{\parallel} в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой линии. Скорость v_{\perp} в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению ($\vec{F}_{\perp} \perp \vec{v}_{\perp}$) (в отсутствие параллельной составляющей ($v_{\parallel} = 0$) движение электрона происходило бы по окружности в плоскости, перпендикулярной магнитным силовым линиям). Таким образом, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном перемещении со скоростью v_{\parallel} и равномерном движении по окружности со скоростью v_{\perp} .

Период обращения электрона связан с перпендикулярной составляющей скорости соотношением

$$T = 2\pi R/v_{\perp} \quad (1)$$

Найдем отношение R/v_{\perp} . Для этого воспользуемся тем, что сила Лоренца сообщает электрону нормальное ускорение $a_n = v_{\perp}^2/R$. Согласно второму закону Ньютона можно написать

$$F_{\perp} = ma_n$$

или

$$|e|v_{\perp}B = mv_{\perp}^2 / R, \quad (2)$$

где $v_{\perp} = v \sin \alpha$.

Сократив (2) на v_{\perp} , выразим соотношение R/v_{\perp} ($R/v_{\perp} = m/|e|B$) и подставим его в формулу (1):

$$T = 2\pi \frac{m}{|e|B}.$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу времени (с):

$$\left[\frac{\mathbf{I} \cdot \mathbf{I}}{\mathbf{I} \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{B}} \right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{Кл} \cdot \text{Тл}} \right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} \right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}^2}{\text{с} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2} \right] = \mathbf{I} \cdot \mathbf{I}^{-1}$$

Произведем вычисления:

$$T = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \text{ с} = 3,57 \cdot 10^{-9} \text{ с} = 3,57 \text{ нс.}$$

Модуль скорости v , как это видно из рисунка, можно выразить через v_{\perp} и v_{\parallel} :

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}.$$

Из формулы (2) выразим перпендикулярную составляющую скорости:

$$v_{\perp} = \frac{|e|BR}{m}.$$

Параллельную составляющую скорости v_{\parallel} найдем из следующих соображений. За время, равное периоду обращения T , электрон пройдет вдоль силовой линии расстояние, равное шагу винтовой линии, т.е. $h = T v_{\parallel}$, откуда

$$v_{\parallel} = h/T.$$

Подставив вместо T правую часть выражения (2), получим

$$v_{\parallel} = \frac{|e|Bh}{2\pi m}.$$

Таким образом, модуль скорости электрона

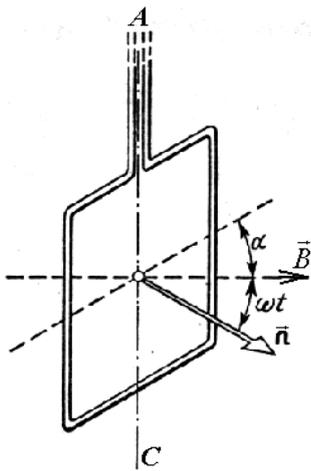
$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = \frac{|e|B}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}.$$

Произведем вычисления

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left[(0,01)^2 + \left(\frac{0,06}{2\pi}\right)^2 \right]^{1/2} \text{ м/с} = 2,46 \cdot 10^7 \text{ м/с},$$

или 24,6 Мм/с.

Задача 2.11. Короткая катушка, содержащая $N = 10^3$ витков, равномерно вращается с частотой $n = 10 \text{ с}^{-1}$ относительно оси AC , лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля ($B = 0,04 \text{ Тл}$). Определить мгновенное значение ЭДС индукции для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями поля. Площадь S катушки равна 100 см^2 .



Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея – Максвелла:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (1)$$

Потокосцепление $\Psi = N\Phi$, где N – число витков катушки, пронизываемых магнитным потоком Φ . Подставив выражение Ψ в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

При вращении катушки магнитный поток Φ , пронизывающий катушку в момент времени t , изменяется по закону

$$\Phi = BS \cos\omega t,$$

где B – магнитная индукция; S – площадь катушки; ω – угловая скорость катушки.

Подставив в формулу (2) выражение магнитного потока Φ и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin\omega t,$$

где ωt – угол между нормалью \vec{n} и вектором \vec{B} .

Из рисунка видно, что $\omega t = \pi/2 - \alpha$, тогда $\sin \omega t = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$.

Заметив, что угловая скорость ω связана с частотой вращения n катушки соотношением $\omega = 2\pi n$, получим $\varepsilon_i = 2\pi n NBS \cos \alpha$.

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу ЭДС –

$$\boxed{BS} \stackrel{\text{ВОЛЬТ}}{=} \left[\frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} \right] = \left[\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} \right] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \right] = \boxed{\text{В}}.$$

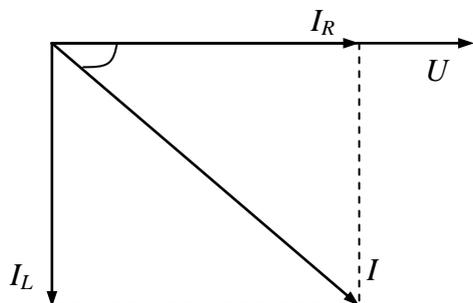
произведем вычисления

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \text{ В} = 25,1 \text{ В}.$$

Задача 2.12а. Индуктивность $L = 2,26 \cdot 10^2$ Гн и активное сопротивление включены параллельно в цепи переменного тока с частотой $\nu = 50$ Гц. Найти

активное сопротивление R , если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током равен $\varphi = 60^\circ$.

Решение. Для решения задачи при параллельном соединении элементов цепи переменного тока необходимо построить векторную диаграмму токов.



Основная ось диаграммы – ось напряжения. Вектор тока на активном сопротивлении совпадает с вектором напряжения. Так как индуктивность L меняет фазу на $\pi/2$, то вектор тока перпендикулярен оси напряжения. Угол между векторами $I_m(U_m)$ и I_L – сдвиг фазы.

Таким образом, по диаграмме

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{I_L}{I_R}, \quad (1)$$

где $I_L = \frac{U_m}{X_L}$; $I_R = \frac{U_m}{R}$; $X_L = \omega L = 2\pi\nu L$.

Подставим в выражение (1) последние соотношения

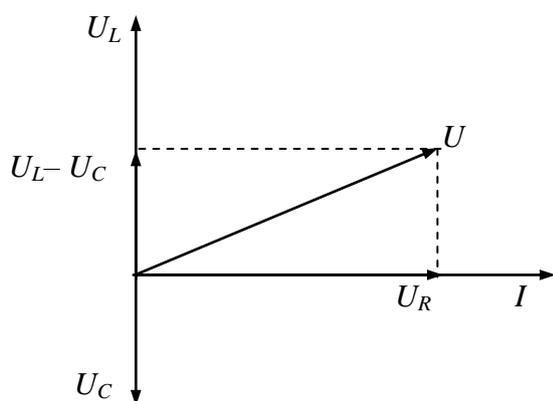
$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_m \cdot R}{R_L \cdot U_m} = \frac{R}{R_L} = \frac{R}{2\pi\nu L}.$$

Получим, подставив данные задачи

$$R = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 2,26 \cdot 10^{-2} \cdot 1,73 = 12,3 \text{ Ом.}$$

Задача 2.126. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ и реостат, активное сопротивление которого $R = 150$ Ом, включены последовательно в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц. Какую часть напряжения, приложенного к этой цепи, составляет падение напряжения: 1) на конденсаторе η_C ; 2) на реостате η_R ?

Решение. Для решения используем закон Ома для цепи переменного тока, который выводится из векторной диаграммы.



$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}},$$

где I_m и U_m – амплитудные (максимальные) значения тока и напряжения; R – активное сопротивление цепи; $X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивление цепи переменного тока; $X_C = \frac{1}{C\omega}$ – емкостное напряжение в цепи; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота.

По условию задачи в цепи нет индуктивного сопротивления, т.е. $X_L = 0$ и тогда выражение закона Ома преобразуется

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}.$$

Соответственно падения напряжения на элементах цепи:

$$U_C = I_m \cdot X_C = I_m \cdot \frac{1}{C\omega}$$

$$U_R = I_m \cdot R.$$

Найдем

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} = \frac{U_m}{\sqrt{150^2 + \frac{1}{4\pi^2 \cdot 50^2 \cdot 4 \cdot 10^{-10}}}} = 4,5 \cdot 10^{-3} U_m \text{ A}$$

$$I_m = 4,5 \cdot 10^{-3} U_m \text{ A.}$$

Зная значение максимального тока, рассчитаем соответственно доли падения напряжения на элементах цепи

$$\eta_C = \frac{U_C}{U_m} = \frac{I_m \cdot X_C}{U_m} = \frac{4,5 \cdot 10^{-3} \cdot U_m}{U_m \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = \frac{4,5 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 10^{-3}} \cdot 100\% = \frac{4,5}{6,28} \cdot 100\% \approx 72\%.$$

$$\eta_R = \frac{U_R}{U_m} = \frac{I_m \cdot R}{U_m} = \frac{4,5 \cdot 10^{-3} U_m \cdot 150}{U_m} \cdot 100\% \approx 67,5\%.$$

Полученный результат еще раз подтверждает то, что при последовательном соединении элементов цепи переменного тока напряжения на элементах цепи складывается не алгебраически, а геометрически, согласно векторной диаграмме.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 2

Таблица вариантов

Вариант	Номера задач											
0	2.010	2.020	2.030	2.040	2.050	2.060	2.070	2.080	2.090	2.100	2.110	2.120
1	2.011	2.021	2.031	2.041	2.051	2.061	2.071	2.081	2.091	2.101	2.111	2.121
2	2.012	2.022	2.032	2.042	2.052	2.062	2.072	2.082	2.092	2.102	2.112	2.122
3	2.013	2.023	2.033	2.043	2.053	2.063	2.073	2.083	2.093	2.103	2.113	2.123
4	2.014	2.024	2.034	2.044	2.054	2.064	2.074	2.084	2.094	2.104	2.114	2.124
5	2.015	2.025	2.035	2.045	2.055	2.065	2.075	2.085	2.095	2.105	2.115	2.125
6	2.016	2.026	2.036	2.046	2.056	2.066	2.076	2.086	2.096	2.106	2.116	2.126
7	2.017	2.027	2.037	2.047	2.057	2.067	2.077	2.087	2.097	2.107	2.117	2.127
8	2.018	2.028	2.038	2.048	2.058	2.068	2.078	2.088	2.098	2.108	2.118	2.128
9	2.019	2.029	2.039	2.049	2.059	2.069	2.079	2.089	2.099	2.109	2.119	2.129

1. Закон Кулона. Принцип суперпозиции

2.010. Расстояние между зарядами $q_1 = 100$ нКл и $q_2 = -50$ нКл равно $d = 10$ см. Определить силу F , действующую на заряд $q_3 = 1$ мкКл, отстоящий на $r_1 = 12$ см от заряда q_1 и на $r_2 = 10$ см от заряда q_2 .

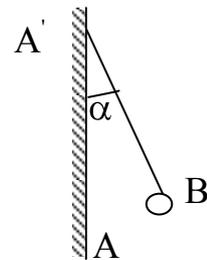
2.011. Два шарика массой $m = 1$ г каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити $l = 10$ см. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол $\alpha = 60^\circ$?

2.012. Три одинаковых точечных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = 2$ нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со сторонами $a = 10$ см. Определить модуль и направление силы F , действующей на один из зарядов со стороны двух других.

2.013. Два одинаково заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α . Какова плотность ρ масла, если угол расхождения нитей при погружении в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho_0 = 1,5 \cdot 10^3$ кг/м³, диэлектрическая проницаемость масла $\epsilon = 2,2$.

2.014. Четыре одинаковых заряда $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 40$ мКл закреплены в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Определить силу F , действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

2.015. На рисунке AA' – заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 40$ мкКл/м² и B – одноимённо заряженный шарик с массой $m = 1$ г и зарядом $q = 1$ нКл. Какой угол α с плоскостью AA' образует нить, на которой висит шарик?



2.016. Определить силу F электростатического отталкивания между ядром атома натрия и бомбардирующим его протоном, считая, что протон подошел к ядру атома натрия на расстояние $r = 6 \cdot 10^{-14}$ м. Заряд ядра натрия в 11 раз больше заряда протона. Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь.

2.017. Два точечных заряда $q_1 = -50$ нКл и $q_2 = 100$ нКл находятся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга. Определить силу F , действующую на заряд $q_3 = -10$ нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d .

2.018. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $q_0 = 0,4$ мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $2\alpha = 60^\circ$. Найти массу m каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса $l = 20$ см.

2.019. Расстояние d между двумя точечными зарядами $q_1 = 2$ нКл и $q_2 = 4$ нКл равно 60 см. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить заряд q_3 и его знак. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

2. Напряженность и потенциал электростатического поля и связь между ними. Принцип суперпозиции

2.020. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 10$ нКл и $q_2 = -20$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 20$ см друг от друга. Определить напряжённость E и потенциал ϕ поля в точке, удалённой от первого заряда на $r_1 = 30$ см и от второго на $r_2 = 50$ см.

2.021. Расстояние d между двумя точечными положительными зарядами $q_1 = 9q$ и $q_2 = q$ равно 8 см. На каком расстоянии r от первого

заряда находится точка, в которой напряжённость E поля зарядов равна нулю? Чему равен потенциал зарядов в этой точке?

2.022. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими одинаковый равномерно распределённый по площади заряд ($\sigma = 1$ нКл/м²). Определить напряжённость E поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряжённости вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

2.023. Поле создано точечным зарядом $q = 1$ нКл. Определить потенциал ϕ и напряжённость E поля в точке, удалённой от заряда на расстояние $r = 20$ см.

2.024. Заряды $q_1 = 1$ мкКл и $q_2 = -1$ мкКл находятся на расстоянии $d = 10$ см. Определить напряжённость E и потенциал ϕ поля в точке, удалённой на расстояние $r = 10$ см от первого заряда и лежащей на линии, проходящей через первый заряд перпендикулярно направлению от q_1 к q_2 .

2.025. Поле создано двумя точечными зарядами $+2q$ и $-q$, находящимися на расстоянии $d = 12$ см друг от друга. Найти точку на прямой, соединяющей эти заряды, в которой потенциал ϕ поля равен нулю. Найти напряжённость E поля в этой точке.

2.026. Две параллельные заряженные плоскости, поверхностные плотности заряда которых $\sigma_1 = 2$ мкКл/м² и $\sigma_2 = -0,8$ мкКл/м², находятся на расстоянии $d = 0,6$ см друг от друга. Определить разность потенциалов U между плоскостями.

2.027. В вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см находятся заряды $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 10$ мкКл. Определить напряжённость E и потенциал ϕ поля, создаваемого этими зарядами в центре квадрата.

2.028. Точечные заряды $q_1 = 3$ мкКл и $q_2 = 6$ мкКл находятся на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряжённость E и потенциал ϕ поля в точке, удалённой от первого заряда на расстоянии $r_1 = 8$ см, а от второго – на $r_2 = 6$ см.

2.029. Заряд равномерно распределён по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 10$ нКл/м². Определить разность

потенциалов двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от нее на расстояние $a = 10$ см.

3. Теорема Остроградского – Гаусса

2.030. На металлической сфере радиусом $R = 10$ см находится заряд $q = 1$ нКл. Определить напряженность E электрического поля в точках: 1) на расстоянии $r_1 = 8$ см от центра сферы; 2) на ее поверхности; 3) на расстоянии $r_2 = 15$ см от центра сферы. Построить график зависимости напряженности E от расстояния r .

2.031. Прямой металлический стержень диаметром $d = 5$ см и длиной $l = 4$ м несет равномерно распределенный по его поверхности заряд $q = 500$ нКл. Определить напряженность E поля в точке, находящейся на расстоянии $r = 1$ см от его поверхности.

2.032. Две концентрические металлические заряженные сферы радиусом $R_1 = 6$ см и $R_2 = 10$ см несут соответственно заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = -0,5$ нКл. Определить напряженность E электрического поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1 = 5$ см, $r_2 = 9$ см и $r_3 = 15$ см. Построить график зависимости напряженности E от расстояния r .

2.033. В вакууме образовалось скопление зарядов в форме тонкого длинного цилиндра радиуса R с постоянной объемной плотностью ρ . Определить напряженность E электрического поля в точках, отстоящих от оси цилиндра на расстояниях $r_1 < R$ и $r_2 > R$.

2.034. Бесконечно длинная тонкостенная металлическая трубка радиусом $R = 2$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд $\sigma = 1$ нКл/м². Определить напряженность E поля в точках, отстоящих от оси трубки на расстояниях $r_1 = 1$ см и $r_2 = 3$ см. Построить график зависимости напряженности E от расстояния r .

2.035. Сплошной непроводящий шар радиусом R обладает зарядом q , который равномерно распределен по объему. Определить напряженность поля в точках, отстоящих от центра на расстояниях $r_1 < R$ и $r_2 > R$.

2.036. Две длинные тонкостенные коаксиальные трубки радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 4$ см несут заряды, равномерно

распределенные по длине с линейными плотностями $\tau_1 = 1 \text{ нКл/м}$ и $\tau_2 = -0,5 \text{ нКл/м}$. Пространство между трубками заполнено эбонитом. Определить напряженность E поля в точках на расстояниях от оси $r_1 = 1 \text{ см}$, $r_2 = 3 \text{ см}$ и $r_3 = 5 \text{ см}$. Построить график зависимости напряженности E от расстояния r .

2.037. Шаровой слой, равномерно заряженный по объему с постоянной объемной плотностью $\rho = 1 \text{ нКл/м}^3$, имеет внутренний радиус $R_1 = 3 \text{ см}$ и внешний $R_2 = 5 \text{ см}$. Определить напряженность E электрического поля в точках, отстоящих от центра шарового слоя на расстояниях $r_1 = 2 \text{ см}$, $r_2 = 4 \text{ см}$ и $r_3 = 6 \text{ см}$. Построить график зависимости напряженности E от r .

2.038. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 . Определить напряженность в случае: а) $r < R$; б) $R < r < 2R$; в) $r > 2R$ и указать направление вектора E . Принять $\sigma_1 = -2\sigma$; $\sigma_2 = \sigma$, где $\sigma = 50 \text{ нКл/м}^2$. Построить график зависимости напряженности E от расстояния r .

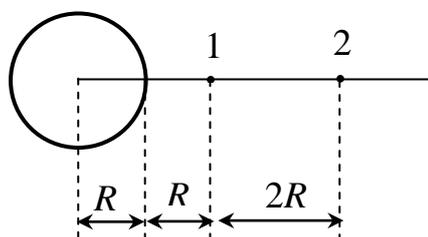
2.039. В вакууме образовалось скопление зарядов в форме шара с радиусом $R = 10 \text{ см}$. Заряд равномерно распределен по объему с объемной плотностью $\rho = 1 \text{ нКл/м}^3$. Определить напряженность E электростатического поля в точках, находящихся на расстояниях: а) $r_1 = 6 \text{ см}$; б) $r_2 = 10 \text{ см}$; в) $r_3 = 12 \text{ см}$. Построить график зависимости напряженности E от расстояния r .

4. Работа по перемещению заряда. Энергия электрического поля

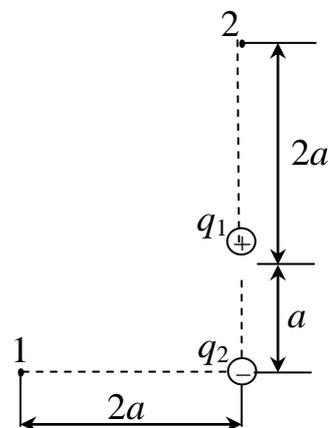
2.040. Два металлических шарика радиусами $R_1 = 5 \text{ см}$ и $R_2 = 10 \text{ см}$ несут заряды $q_1 = 40 \text{ нКл}$ и $q_2 = -20 \text{ нКл}$ соответственно. Определить энергию W , которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.

2.041. Электрическое поле создано

заряженным проводящим шаром, потенциал



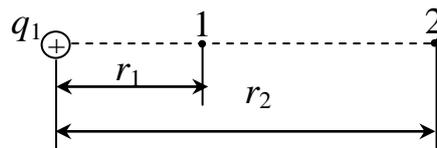
107



которого $\varphi = 300$ В. Определить работу сил поля по перемещению заряда $q = 0,2$ мкКл из точки 1 в точку 2, как показано на рисунке.

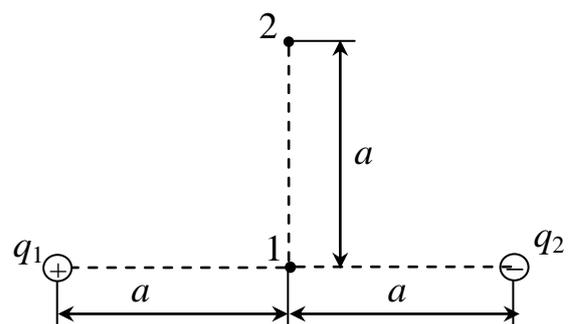
2.042. Электрическое поле создано зарядами $q_1 = 2$ мкКл и $q_2 = -2$ мкКл, находящимися на расстоянии $a = 10$ см друг от друга, определить работу сил поля, совершаемую при перемещении заряда $q = 0,5$ мкКл из точки 1 в точку 2.

2.043. Электрическое поле создано точечным положительным зарядом $q_1 = 6$ нКл. Положительный заряд q_2 переносится из точки 1 этого поля в точку 2. Определить изменение потенциальной энергии ΔW приходящееся на единицу переносимого заряда, если $r_1 = 20$ см и $r_2 = 50$ см.



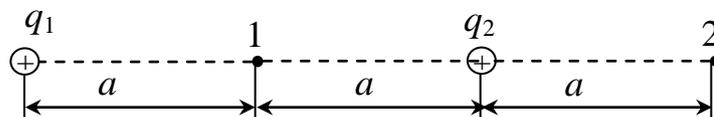
2.044. При перемещении заряда $q = 20$ нКл между двумя точками поля внешними силами была совершена работа $A = 4$ мкДж. Определить работу A_1 сил поля и разность $\Delta\varphi$ потенциалов этих точек поля.

2.045. Определить работу сил поля, созданного двумя точечными зарядами $q_1 = 10,0$ нКл и $q_2 = -2$ нКл, при переносе заряда $q = 1$ нКл из точки 1 в точку 2 поля, если $a = 6$ см.

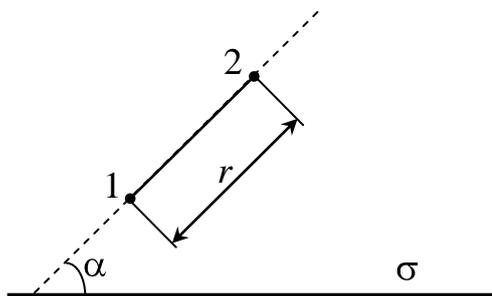


2.046. Точечные заряды $q_1 = 1$ мкКл и $q_2 = 0,1$ мкКл находятся на расстоянии $r_1 = 10$ см друг от друга. Определить работу A сил поля при удалении второго заряда от первого на расстояние: а) $r_2 = 10$ м; б) $r_3 = \infty$.

2.047. Электрическое поле создано двумя одинаковыми положительными зарядами q_1 и q_2 . Определить работу A сил поля по перемещению заряда $q = 10$ нКл из точки 1 с потенциалом $\phi_1 = 300$ В в точку 2.



2.048. Электрическое поле создано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью $\sigma = 2$ мкКл/м². В этом поле вдоль прямой, составляющей угол $\alpha = 60^\circ$ с плоскостью, перемещается точечный положительный заряд $q = 10$ нКл. Определить работу A сил поля по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2, если расстояние между этими точками $r = 20$ см.



2.049. Определить работу A по перемещению точечного положительного заряда $q = 40$ нКл из точки, находящейся на расстоянии $r_1 = 1$ м, в точку, на расстоянии $r_2 = 1$ см от поверхности сферы радиусом $R = 2$ см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 100$ нКл/м².

5. Емкость. Конденсаторы. Соединение конденсаторов.

Энергия электрического поля

2.050. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0,01$ м², расстояние между ними $d_1 = 1$ мм. К пластинам приложена разность потенциалов $U = 0,1$ кВ. Пластины раздвигаются до расстояния $d_2 = 25$ мм. Определить энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: а) не отключен; б) отключен.

2.051. Ёмкость плоского конденсатора $C = 100$ пФ. Диэлектрик – фарфор. Конденсатор зарядили до разности потенциалов $U = 600$ В и

отключили от источника напряжения. Определить работу, которую нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора. Трением пренебречь.

2.052. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 100 \text{ см}^2$, расстояние между ними $d = 5 \text{ мм}$. К пластинам приложена разность потенциалов $U = 300 \text{ В}$. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом. Определить: а) разность потенциалов между пластинами после заполнения; б) поверхностную плотность заряда на пластинах до и после заполнения.

2.053. Имеется плоский воздушный конденсатор, площадь каждой обкладки которого S . Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы медленно увеличить расстояние между обкладками от x_1 до x_2 , если при этом поддерживать неизменным: а) заряд конденсатора, равный q ; б) напряжение на конденсаторе, равное U .

2.054. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов $U_1 = 500 \text{ В}$ и отключённому от источника напряжения, присоединили параллельно второй конденсатор таких же размеров и формы, но с другим диэлектриком (стекло). Определить диэлектрическую проницаемость стекла, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до $U_2 = 70 \text{ В}$.

2.055. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком (фарфор), объём которого $V = 100 \text{ см}^3$. Поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора $\sigma = 8,85 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2$. Определить работу A , которую необходимо совершить для того, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора. Трением диэлектрика о пластины конденсатора пренебречь.

2.056. Плоский воздушный конденсатор ёмкостью $C = 10 \text{ пФ}$ заряжен до разности потенциалов $U = 300 \text{ В}$. После отключения от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в 5 раз. Определить: а) разность потенциалов на обкладках конденсатора после того, как их раздвинули; б) работу внешних сил по раздвижению пластин.

2.057. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Энергия конденсатора в этом случае $W = 20$ мкДж. После того, как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик, $A = 70$ мкДж. Определить диэлектрическую проницаемость ϵ диэлектрика.

2.058. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0,01$ м², расстояние между ними $d_1 = 2$ мм. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U = 3$ кВ. Определить: а) напряжённость поля конденсатора, если, не отключая его от источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния $d_2 = 5$ мм; б) энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин.

2.059. Пластины плоского конденсатора площадью $S = 1$ см² каждая, притягиваются друг к другу с силой $F = 10$ мН. Пространство между пластинами заполнено слюдой. Определить: а) заряды пластин; б) напряжённость E поля между пластинами; в) объёмную плотность энергии w поля.

6. Работа и мощность постоянного тока

2.060. К зажимам батареи аккумуляторов присоединен нагреватель. ЭДС батареи $\epsilon = 24$ В, внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Нагреватель, включенный в цепь, потребляет мощность $P = 80$ Вт. Определить силу тока I в цепи и КПД нагревателя η .

2.061. При силе тока $I_1 = 3$ А во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность $P_1 = 8$ Вт, при силе тока $I_2 = 1$ А – соответственно $P_2 = 10$ Вт. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление r батареи.

2.062. ЭДС батареи аккумуляторов $\epsilon = 12$ В, сила тока короткого замыкания равна $I = 5$ А. Определить наибольшую мощность P , которую можно получить во внешней цепи, соединенной с такой батареей.

2.063. Лампочка и реостат, соединенные последовательно, присоединены к источнику тока. Напряжение на зажимах лампочки

равно $U = 40$ В, сопротивление реостата $R = 10$ Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 120$ Вт. Определить силу тока в цепи.

2.064. Элемент с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r замкнут на внешнее сопротивление R . Наибольшая мощность, выделяющаяся во внешней цепи, $P = 9$ Вт. В цепи течет ток $I = 3$ А. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление элемента.

2.065. Две лампочки рассчитаны на напряжение $U = 220$ В, их мощность $P_{01} = 100$ Вт и $P_{02} = 200$ Вт и сопротивления $R_1 = 484$ Ом и $R_2 = 2420$ Ом. Определить мощности P_1 и P_2 , выделяемые в каждой лампочке, если их параллельно присоединить к источнику тока с ЭДС 10 В, внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом.

2.066. При включении электромотора в сеть с напряжением $U = 220$ В он потребляет ток $I = 5$ А. Определить мощность, потребляемую мотором, и его КПД, если сопротивление обмотки мотора $R = 6$ Ом.

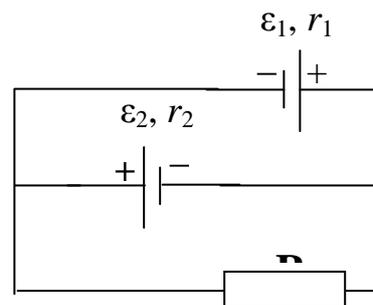
2.067. К батарее аккумуляторов, ЭДС которой равна 2 В и внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом, присоединен проводник. Определить: 1) сопротивление R проводника, при котором мощность, выделяемая в нем, максимальна; 2) мощность P , которая при этом выделяется в проводнике.

2.068. Батарея с ЭДС 240 В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом замкнута на внешнее сопротивление $R = 23$ Ом. Определить полную мощность $P_{\text{полн}}$, полезную $P_{\text{полез}}$ и КПД батареи η .

2.069. Определить: 1) внутреннее сопротивление r генератора, если известно, что мощность P , выделяющаяся во внешней цепи, одинакова при внешних сопротивлениях $R_1 = 5$ Ом и $R_2 = 0,2$ Ом; 2) КПД генератора в каждом из этих случаев.

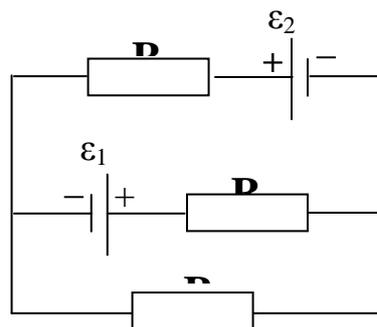
7. Правила Кирхгофа

2.070. Две батареи аккумуляторов ($\varepsilon_1 = 10$ В, $r_1 = 1$ Ом; $\varepsilon_2 = 8$ В, $r_2 = 2$ Ом) и реостат ($R = 6$ Ом) соединены, как показано на рисунке. Определить силу тока в батареях и

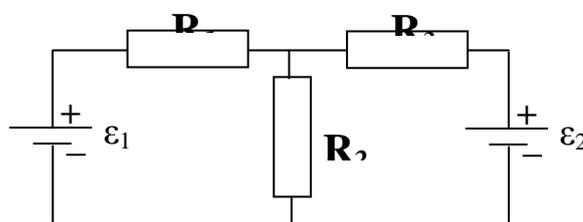


реостате.

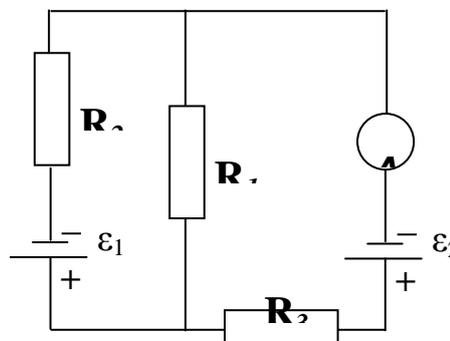
2.071. Определить значение и направление тока через сопротивление R в схеме на рисунке, если ЭДС источников $\varepsilon_1 = 1,5$ В, $\varepsilon_2 = 3,7$ В и сопротивления $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом. Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.



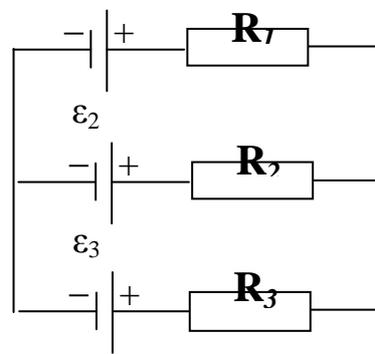
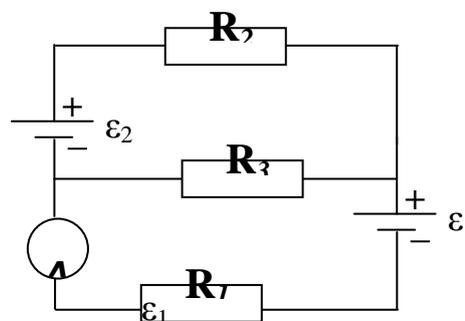
2.072. Определить силу тока I_3 в резисторе сопротивлением R_3 и напряжением U_3 на концах резистора, если $\varepsilon_1 = 4$ В, $\varepsilon_2 = 3$ В, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 1$ Ом. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.



2.073. Батареи имеют ЭДС $\varepsilon_1 = 2$ В и $\varepsilon_2 = 3$ В, сопротивление амперметра $R_A = 0,5$ кОм. Падение потенциала на сопротивлении R_2 равно $U_2 = 1$ В (ток через R_2 направлен сверху вниз). Определить ток, текущий через амперметр.

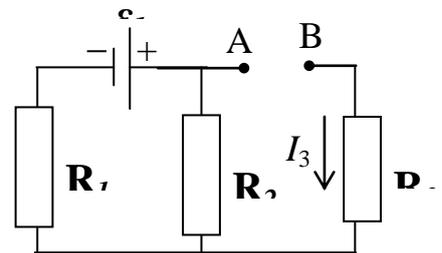


2.074. В схеме на рисунке $\varepsilon_1 = 2$ В, $\varepsilon_2 = 4$ В, $R_1 = 0,50$ Ом и падение потенциала на сопротивлении R_2 (ток через R_2 направлен справа налево) равно 1 В. Найти показание амперметра. Внутренним сопротивлением элементов и амперметра пренебречь.

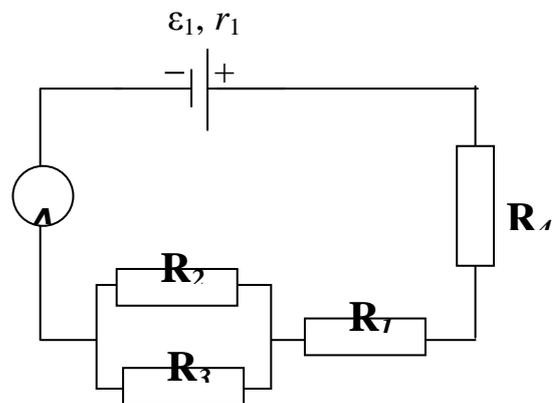


2.075. Три источника тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 11$ В, $\varepsilon_2 = 4$ В и $\varepsilon_3 = 6$ В и три реостата с сопротивлением $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 2$ Ом соединены, как показано на рисунке. Определить силы токов I в реостатах. Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.

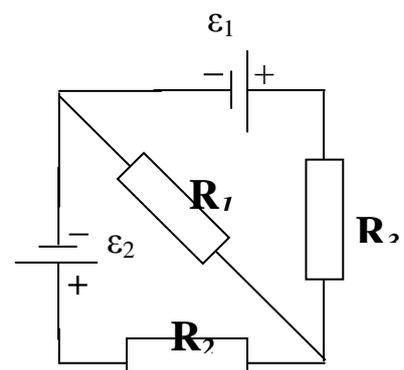
2.076. Три сопротивления $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 3$ Ом, а также источник тока с ЭДС (ε_1) 1,4 В соединены, как показано на рисунке. Определить ЭДС источника тока, который надо подключить в цепь между точками А и В, чтобы через сопротивление R_3 шел ток силой $I = 1$ А в направлении, указанном стрелкой. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.



2.077. ЭДС батареи $\varepsilon = 120$ В, сопротивления $R_3 = 20$ Ом и $R_4 = 25$ Ом. Падение напряжения на сопротивлении R_1 равно $U_1 = 40$ В. Амперметр показывает ток $I = 2$ А. Определить сопротивление R_2 .

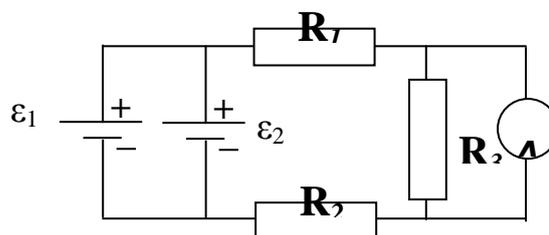


2.078. В схеме на рисунке $\varepsilon_1 = 2,1$ В, $\varepsilon_2 = 1,9$ В, $R_1 = 45$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 10$ Ом. Определить



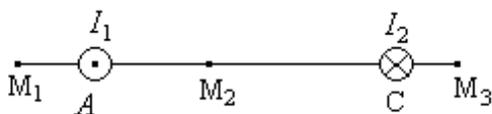
силу тока во всех участках цепи. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

2.079. Элементы имеют ЭДС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1,5$ В и внутренние сопротивления $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом, сопротивления $R_1 = R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 10$ Ом, сопротивление амперметра $R_A = 3$ Ом. Определить ток, текущий через амперметр.

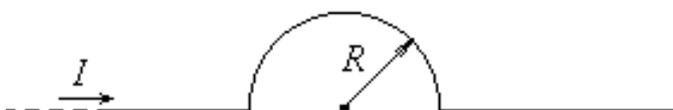


8. Определение индукции магнитного поля. Принцип суперпозиции

2.080. На рисунке изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояние между проводниками $AC = 10$ см, токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Определить индукцию магнитного поля, создаваемого токами I_1 и I_2 в точках M_1 , M_2 и M_3 . Расстояние $M_1A = 2$ см, $AM_2 = 4$ см и $CM_3 = 3$ см.



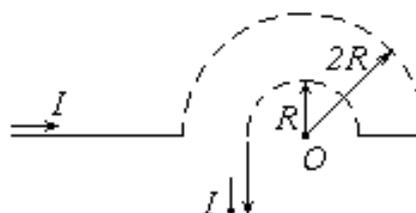
2.081. Бесконечно длинный тонкий проводник с током $I = 50$ А имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10$ см. Определить в точке O магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током.



2.082. По двум длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи $i_1 = 10$ а и $i_2 = 15$ а. расстояние между проводами $d = 10$ см. определить индукцию магнитного поля в точке, удаленной от первого провода на $r_1 = 8$ см и от второго на $r_2 = 6$ см.

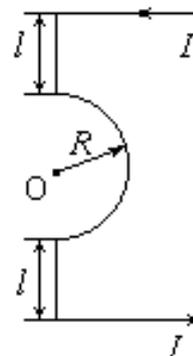
2.083. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной $a = 10$ см, идет ток $I = 20$ А. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника.

2.084. Бесконечно длинный провод с током $I = 100$ А изогнут так, как это показано на рисунке. Определить направление и

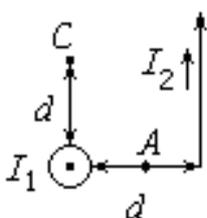


величину магнитной индукции B в точке O . Радиус дуги $R = 10$ см.

2.085. Ток $I = 20$ А идет по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Определить напряженность H магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии $a = 10$ см.



2.086. По тонкому длинному проводу течет ток силой $I = 10$ А. Определить направление и величину магнитной индукции B в центре полукруга ($R = \pi$ см, $l = 10$ см).



2.087. По двум бесконечно длинным проводникам проходят токи $I_1 = 30$ А и $I_2 = 40$ А. Расстояние между проводниками $d = 20$ см.

Определить магнитную индукцию B в точках: а) C , одинаково удаленной от обоих проводников на расстояние, равное d ; б) A , одинаково удаленной от обоих проводников на расстояние, равное $d/2$.

2.088. Два параллельных бесконечно длинных провода с токами $I_1 = I_2 = 60$ А расположены на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке, отстоящей на $a = 5$ см от одного проводника и на $b = 12$ см от другого. Рассмотреть случай, когда токи параллельны и антипараллельны.

2.089. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся в одной плоскости. . Определить индукцию магнитного поля в точках n и m , расположенных на расстоянии 5 см от проводников с токами i_1 и i_2 , если $i_1 = 2$ а и $i_2 = 3$ а.

9. СИЛА АМПЕРА. РАБОТА ПО ПЕРЕМЕЩЕНИЮ ПРОВОДНИКОВ, РАМКИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

2.090. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи $i = 20$ а. Определить силу f , действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии равным ее длине.

2.091. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. По проводникам в одном

направлении текут токи $i_1 = 20$ а и $i_2 = 30$ а. Определить работу a , которую необходимо совершить (на единицу длины проводника), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния $d = 20$ см.

2.092. Рядом с длинным прямым проводом, по которому идет ток $i_1 = 30$ а, расположена квадратная рамка с током $i_2 = 2$ а. Рамка и провод лежат в одной плоскости. Проходящая через середины противоположных сторон ось рамки параллельна проводу и отстоит от него на $l = 3$ см. Сторона рамки $a = 2$ см. Определить силу, действующую на рамку, и работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть рамку вокруг ее оси на 180° .

2.093. В одной плоскости с бесконечно длинным прямым током $i_1 = 5$ а расположена прямоугольная рамка, обтекаемая током $i_2 = 1$ а. Длинная сторона рамки $b = 20$ см параллельна току и находится от него на расстоянии $r = 5$ см, меньшая сторона $a = 10$ см. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы перенести рамку параллельно самой себе вправо расстояния a .

2.094. По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии $a = 10$ см друг от друга, текут одинаковые токи силой $i = 100$ а. В двух проводах направления токов совпадают. Определить силу f_1 , действующую на отрезок длиной $l = 1$ см каждого проводника.

2.095. В одной плоскости с бесконечно длинным прямым током $i_1 = 10$ а расположена прямоугольная рамка, обтекаемая током $i_2 = 2$ а. Длинная сторона рамки $b = 30$ см параллельна току, короткая сторона $a = 6$ см. Определить силу, действующую на рамку, и работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть рамку на 180° относительно стороны a , если центр рамки находится на расстоянии $c = 3,5$ см от прямого длинного провода с током.

2.096. Из проволоки длиной $l = 20$ см сделаны квадратный и круговой контуры. Определить вращающие моменты сил m_1 и m_2 , действующие на каждый контур, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $b = 0,1$ тл. По контурам течет ток силой $i = 2$ а. Плоскость каждого контура составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с направлением поля.

2.097. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии $d_1 = 15$ см друг от друга. По проводникам в разных направлениях текут токи $i_1 = 25$ а и $i_2 = 35$ а. Какую работу надо совершить на единицу длины проводников, чтобы сдвинуть эти проводники до расстояния $d_2 = 10$ см?

2.098. Из медной проволоки сечением $s_1 = 0,5 \text{ мм}^2$ сделали круговой контур сопротивлением $0,1 \text{ ом}$ и поместили в однородное магнитное поле напряженностью $h = 150 \text{ ка/м}$ так, что плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. По контуру пропустили ток $i = 2 \text{ а}$. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть контур на угол $\varphi = 90^0$ вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

2.099. В однородное магнитное поле поместили квадратный проволочный контур с перемычкой так, что плоскость контура перпендикулярна направлению вектора магнитной индукции. Контур присоединили к цепи постоянного тока углами без перемычки. Определить направление силы, действующей на контур со стороны магнитного поля.

10. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях

2.100. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $v = 10^5 \text{ м/с}$. Расстояние между пластинами $d = 8 \text{ мм}$. Определить а) разность потенциалов U между пластинами; б) поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

2.101. Ион, попав в магнитное поле с индукцией $B = 0,01 \text{ Тл}$, стал двигаться по окружности. Определить кинетическую энергию (в эВ) иона, если магнитный момент P_m эквивалентного кругового тока равен $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

2.102. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 100 \text{ в}$ электрон имел скорость $v_1 = 6 \text{ мм/с}$. Определить потенциал φ_2 точки поля, дойдя до которой электрон потеряет половину своей скорости.

2.103. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 100 \text{ В}$ и, влетев в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$, стала двигаться по винтовой линии с шагом $h = 6,5 \text{ см}$ и радиусом $R = 1 \text{ см}$. Определить отношение заряда частицы к ее массе.

2.104. Заряженная частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов $u = 600 \text{ кв}$, приобрела скорость $v = 5,4 \text{ мм/с}$. Определить удельный заряд частицы q/m .

2.105. Протон и электрон, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в однородное магнитное поле, перпендикулярное к скорости. Определить во

сколько раз радиус кривизны R_1 , траектории протона больше радиуса кривизны R_2 траектории электрона.

2.106. Протон, начальная скорость v_0 которого равна 100 км/с, влетел в однородное электрическое поле так, что вектор скорости совпал с направлением линий напряженности. Напряженность поля $E = 300$ В/см. Определить путь l пройденный протоном в направлении линий поля, за время, за которое его скорость удвоилась.

2.107. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-4}$ Тл по винтовой линии. Определить скорость электрона, если шаг винтовой линии $h = 20$ см, а радиус $R = 5$ см.

2.108. Бесконечная плоскость заряжена отрицательно с поверхностной плотностью $\sigma = -35,4$ нКл/м². По направлению силовой линии летит электрон. Определить минимальное расстояние $l_{\text{мин}}$, на которое может подойти к плоскости электрон, если на расстоянии $l_0 = 5$ см он имел кинетическую энергию $T = 80$ эВ.

2.109. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 300$ В, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии $a = 5$ мм от него. Определить силу F , действующую на электрон, если по проводнику пустить ток $I = 5$ А.

11. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея

2.110. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл движется проводник длиной $l = 10$ см. Скорость движения проводника $v = 15$ м/с и направлена перпендикулярно к магнитному полю. Определить индуцированную в проводнике ЭДС.

2.111. Рамка площадью $S = 50$ см², содержащая $N = 100$ витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 40$ мТл. Определить максимальную ЭДС индукции $\varepsilon_{\text{мах}}$, если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка вращается с частотой $n = 960$ об/мин.

2.112. Между полюсами электромагнита помещена катушка, соединенная с баллистическим гальванометром. Ось катушки параллельна линиям индукции. Катушка имеет $N = 15$ витков площадью $S = 2$ см². Сопротивление катушки $R_1 = 4$ Ом, сопротивление гальванометра $R_2 = 46$ Ом. Когда ток в обмотке электромагнита выключили, по цепи гальванометра

протекло количество электричества $q = 9 \cdot 10^{-5}$ Кл. Определить магнитную индукцию B поля электромагнита.

2.113. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,35$ Тл равномерно с частотой $n = 480$ мин⁻¹ вращается рамка, содержащая $N = 1500$ витков площадью $S = 50$ см². Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определить максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке.

2.114. Рамка площадью $S = 100$ см² содержит $N = 10^3$ витков провода сопротивлением $R_1 = 12$ Ом. К концам обмотки подключено внешнее сопротивление $R_2 = 20$ Ом. Рамка равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл с частотой $n = 8$ с⁻¹. Определить максимальную мощность P_{\max} переменного тока в цепи.

2.115. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0,1$ Тл, вращается катушка, состоящая из $N = 200$ витков. Ось вращения катушки перпендикулярна к ее оси и к направлению магнитного поля. Период обращения катушки $T = 0,2$ с, площадь поперечного сечения витка $S = 4$ см². Определить максимальную ЭДС индукции во вращающейся катушке.

2.116. Проволочный виток диаметром $D = 5$ см и сопротивлением $R = 0,02$ Ом находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,3$ Тл. Плоскость витка составляет угол $\alpha = 40^\circ$ с линиями индукции. Определить заряд, который протечет по витку при выключении магнитного поля.

2.117. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл равномерно с частотой $n = 10$ с⁻¹ вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков. Площадь рамки $S = 150$ см². Определить мгновенное значение ЭДС, соответствующее углу поворота рамки 30° .

2.118. Проволочный контур площадью $S = 500$ см² и сопротивлением $R = 0,10$ Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. Ось вращения лежит в плоскости кольца и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить максимальную мощность P_{\max} , необходимую для вращения контура с угловой скоростью $\omega = 50$ рад/с.

2.119. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,4$ Тл вращается стержень длиной $l = 10$ см. Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня перпендикулярно к его длине.

Определить разность потенциалов на концах стержня, если он делает 16 оборотов в секунду.

12. Переменный ток

2.120. В сеть с напряжением $U = 120$ В включены последовательно катушка индуктивности с активным сопротивлением $R = 10$ Ом и конденсатор. При частоте 50 Гц индуктивное сопротивление равно $X_L = 2$ Ом, емкостное $X_C = 500$ Ом. Определите ток в цепи и напряжение на ее участках при резонансе, который получают, изменяя частоту.

2.121. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ и резистор, сопротивление которого $R = 150$ Ом включены в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Определить какую часть напряжения U , приложенного к этой цепи, составляют падения напряжения на конденсаторе U_C и на резисторе U_R .

2.122. В сеть переменного тока частотой 50 Гц включены последовательно два дросселя: один с активным сопротивлением $R_1 = 12$ Ом и индуктивностью $L_1 = 22$ мГн, другой с активным сопротивлением $R_2 = 8$ Ом и индуктивностью $L_2 = 9,6$ мГн. Ток в цепи $I = 5,7$ А. Определить мощность, развиваемую каждым дросселем и напряжение на зажимах цепи.

2.123. Участок цепи состоит из параллельно соединенных катушки с индуктивностью $L = 1,0$ Гн и активным сопротивлением $R = 100$ Ом и конденсатора емкостью $C = 4$ мкФ. Определить эквивалентное сопротивление участка. Частота подаваемого на участок напряжения равна 50 Гц.

2.124. Два конденсатора с емкостями $C_1 = 0,2$ мкФ и $C_2 = 0,1$ мкФ включены последовательно с сопротивлением $R = 20$ Ом в цепь переменного тока напряжением $U = 220$ В и частотой 50 Гц. Определить ток в цепи и падения напряжения на первом и втором конденсаторах.

2.125. На последовательно соединенные реостат и катушку с индуктивностью $L = 1,0$ Гн подано напряжение частотой 50 Гц. Между током и напряжением наблюдается сдвиг фаз $\varphi = 30^\circ$. Определить сопротивление реостата.

2.126. В цепи с амплитудой напряжения 440 В и частотой 50 Гц включены последовательно нормально горящая лампочка накаливания и

конденсатор. Определить емкость конденсатора, если на лампочке написано "55 Вт, 110 В" и разность фаз между током и напряжением в сети.

2.127. В сеть с напряжением 127 В и частотой 50 Гц параллельно включены катушка с активным сопротивлением $R = 10$ Ом и индуктивностью $L = 1$ Гн и конденсатор. Определить емкость конденсатора при резонансе, общий ток и токи через конденсатор и катушку.

2.128. Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в цепь переменного тока напряжением $U = 440$ В и частотой 50 Гц. Определить какую емкость должен иметь конденсатор для того, чтобы через лампочку протекал ток $I = 0,5$ А и падение напряжения на ней было равным $U_{л} = 110$ В.

2.129. Катушка длиной $l = 50$ см и площадью поперечного сечения $S = 10$ см² включена в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц. Число витков катушки $N = 3000$. Определить сопротивление R катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 60^\circ$.

ОПТИКА.

ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ И КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ.

ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Основные понятия и формулы

Скорость света в среде

$$v = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме, n — показатель преломления среды.

Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl,$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n .

Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

Зависимость разности фаз $\Delta\varphi$ от оптической разности хода Δ световых волн

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta,$$

где λ – длина световой волны.

Условие максимального усиления света при интерференции

$$\Delta = \pm k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Условие максимального ослабления света

$$\Delta = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки,

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \pm \frac{\lambda}{2},$$

или

$$\Delta = 2dn \cdot \cos i_2 \pm \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пленки; n – показатель преломления пленки; i_1 – угол падения; i_2 – угол преломления света в пленке.

Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right) R \lambda / 2}, \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{k R \lambda}.$$

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции на одной щели, определяется из условия

$$\alpha \sin \varphi = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda / 2, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где α – ширина щели; k – порядковый номер максимума.

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции света на дифракционной решетке, определяется из условия

$$d \cdot \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где d – период дифракционной решетки.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = kN,$$

где $\Delta \lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta \lambda$), при которой эти линии могут быть видны отдельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – полное число щелей решетки.

Формула Вульфа — Брэггов

$$2d \cdot \sin \theta = kl,$$

где θ — угол скольжения (угол между направлением параллельного пучка рентгеновского излучения, падающего на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле); d – расстояние между атомными плоскостями кристалла.

Закон Брюстера

$$tq i_B = n_{21},$$

где i_B – угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован; n_{21} — относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где i_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; i – интенсивность этого света после анализатора; α – угол между направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора (если колебания электрического вектора падающего света совпадают с этой плоскостью, то анализатор пропускает данный свет без ослабления).

Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

а) в твердых телах – $\varphi = \alpha d$,

где α – постоянная вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) в растворах – $\varphi = [\alpha] \rho d$,

где $[\alpha]$ – удельное вращение; ρ – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Закон Стефана-Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

где R_e – энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела; σ – постоянная Стефана-Больцмана; T – температура.

Законы Вина

$$1) \lambda_m = \frac{b}{T}, \quad 2) r_{\lambda, T} = CT^5$$

где λ_m – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения; b – постоянная Вина, равная $2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К; C – вторая постоянная Вина, равная $1,3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кВт}}{\text{м}^3 \text{К}^5}$.

Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu, \quad \text{или} \quad \varepsilon = \hbar \omega,$$

где h – постоянная Планка; \hbar – постоянная Планка, деленная на 2π ; ν – частота фотона; ω – циклическая частота.

Масса фотона

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda},$$

где c – скорость света в вакууме; λ – длина волны фотона.

Импульс фотона

$$p = mc = h/\lambda.$$

Формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A + T_{max} = A + \frac{m \cdot v_{max}^2}{2},$$

где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла; A – работа выхода электрона; T_{max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона, m, v – масса электрона и его скорость.

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_0 = A/h, \quad \text{или} \quad \lambda_0 = hc/A,$$

где ν_0 – минимальная частота света, при которой еще возможен фотоэффект; λ_0 – максимальная длина волны света, при которой еще возможен фотоэффект; h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме.

Формула Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta),$$

или

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2 \frac{h}{m_0c} \cdot \sin \frac{\theta}{2},$$

где λ – длина волны фотона, встретившегося со свободным или слабосвязанным электроном; λ' – длина волны фотона, рассеянного на угол θ после столкновения с электроном; m_0 – масса покоящегося электрона.

Комптоновская длина волны

$$\Lambda = \frac{h}{m_0c}, \quad (\Lambda = 2,436 \text{ пм}).$$

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$P = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = \omega \cdot (1 + \rho),$$

где E_e – энергия, падающая на единицу площади поверхности в единицу времени; ω – объемная плотность энергии излучения; ρ – коэффициент отражения света.

Боровская Теория Водородоподобного Атома

Момент импульса электрона (второй постулат Бора)

$$L_n = \hbar \cdot n, \text{ или } m v_n r_n = \hbar \cdot n,$$

где m — масса электрона; v_n — скорость электрона на n -й орбите; r_n — радиус n -й стационарной орбиты; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ — приведенная постоянная Планка; n — главное квантовое число ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Радиус n -й стационарной орбиты

$$r_n = a_0 n^2,$$

где a_0 — первый борковский радиус, $a_0 = 0,53 \cdot 10^{-10}$ м.

Энергия электрона в атоме водорода

$$E_n = \frac{E_i}{n^2},$$

где E_i — энергия ионизации атома водорода.

Энергия, излучаемая или поглощаемая атомом водорода,

$$\varepsilon = \hbar \cdot \omega = E_{n_2} - E_{n_1}$$

или

$$\varepsilon = E_i \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где n_1 и n_2 — квантовые числа, соответствующие энергетическим уровням, между которыми совершается переход электрона в атоме.

Сериальная формула, определяющая длину волны света, излучаемого атомом водорода при переходе электрона с орбиты n_2 на орбиту n_1

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где λ — длина волны излучения или поглощения атомом; R — постоянная Ридберга, равная $1,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$.

Волновые Свойства Частиц

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p},$$

где p — импульс частицы.

Импульс частицы p и его связь с кинетической энергией T

$$\text{а) } p = m_0 v, \quad p = \sqrt{2m_0 T} \quad \text{— для } v \ll c;$$

$$\text{б) } p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \quad p = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{(E_0 + T)^2 - E_0^2}, \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad \text{— для } v \approx c.$$

где m_0 — масса покоя частицы; m — релятивистская масса; v — скорость частицы; c — скорость света в вакууме; E_0 — энергия покоя частицы ($E_0 = m_0 c^2$).

Соотношение неопределенностей

$$\text{а) } \Delta p_x \Delta x \geq \hbar,$$

где Δp_x — неопределенность проекции импульса на ось x ; Δx — неопределенность координаты;

$$\text{б) } \Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE — неопределенность энергии; Δt — время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

Атомное ядро. Радиоактивность

Массовое число ядра (число нуклонов в ядре)

$$A = Z + N,$$

где Z — зарядовое число (число протонов); N — число нейтронов.

Закон радиоактивного распада

$$dN = -\lambda N dt, \quad \text{или } N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где dN — число ядер, распадающихся за интервал времени dt ; N — число ядер, не распавшихся к моменту времени t ; N_0 — число ядер в начальный момент ($t = 0$); λ — постоянная радиоактивного распада.

Число ядер, распавшихся за время t ,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

В случае, если интервал времени Δt , за который определяется число распавшихся ядер, много меньше периода полураспада $T_{1/2}$, то число распавшихся ядер можно определить по формуле

$$\Delta N = \lambda N \Delta t.$$

Зависимость периода полураспада T от постоянной радиоактивного распада λ

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda.$$

Среднее время τ жизни радиоактивного ядра, т. е. интервал времени, за который число не распавшихся ядер уменьшается в e раз,

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Число N атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе,

$$N = \frac{mN_A}{M},$$

где m – масса изотопа; M – молярная масса; N_A – постоянная Авогадро.

Активность A радиоактивного изотопа

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N, \quad \text{или} \quad A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t},$$

где dN – число ядер, распадающихся за интервал времени dt ; A_0 – активность изотопа в начальный момент времени.

Удельная активность изотопа

$$a = A/m.$$

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}},$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре); A – массовое число (число нуклонов в ядре); $(A - Z)$ – число нейтронов в ядре; m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_{\text{я}}$ – масса ядра.

Энергия связи ядра

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2,$$

где Δm – дефект массы ядра; c – скорость света в вакууме.

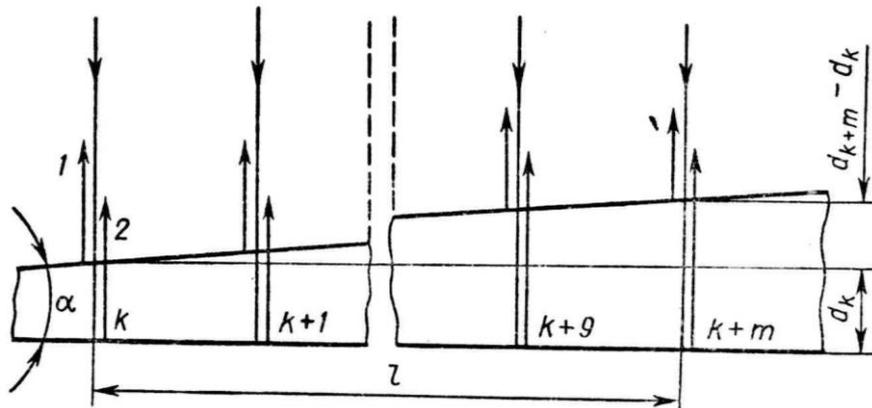
Во внесистемных единицах энергия связи ядра равна $E_{\text{св}} = \Delta mc^2$, где дефект массы Δm – в а. е. м., $c^2 = 931 \frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м.}}$.

Примеры решения задач

Задача 3.1а. На стеклянный клин с малым углом нормально к его грани падает параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Число m возникающих при этом интерференционных полос, приходящихся на отрезок клина длиной l , равно 10. Определить угол α клина.

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти отраженные пучки

света когерентны. Поэтому на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы. Так как угол клина мал, то отраженные пучки 1 и 2 света (см. рисунок) будут практически параллельны.



Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода лучей равна нечетному числу половин длин волн:

$$\Delta = (2k + 1)\lambda/2 \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (1)$$

Разность хода Δ двух волн складывается из разности оптических длин путей этих волн ($2dncos\beta$) и половины длины волны ($\lambda/2$). Величина $\lambda/2$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении световой волны 1 от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (1) разность хода Δ световых волн, получаем

$$2d_k n \cos\beta + \lambda/2 = (2k + 1) \lambda/2, \quad (2)$$

где n – показатель преломления стекла ($n = 1,5$);

d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k ;

β – угол преломления.

Согласно условию, угол падения равен нулю; следовательно, и угол преломления β равен нулю, а $\cos\beta = 1$. Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda. \quad (3)$$

Пусть произвольной темной полосе k -го номера соответствует толщина d_k клина, а темной полосе $(k + m)$ -го номера—толщина d_{k+m} клина. Тогда (см. рисунок), учитывая, что m полос укладывается на расстоянии l , найдем:

$$\sin\alpha = (d_{k+m} - d_k)/l. \quad (4)$$

Выразим из (3) d_k и d_{k+m} и подставим их в формулу (4). Затем, учитывая, что $\sin \alpha = \alpha$ (из-за малости угла α), получим

$$\alpha = \frac{(k+m)\lambda - k\lambda}{2nl} = \frac{m\lambda}{2nl}.$$

Подставляя значения физических величин, найдем

$$\alpha = \frac{10 \cdot 0,6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,5 \cdot 1} \text{ рад} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Выразим α в секундах. Для этого можно воспользоваться соотношением между радианом и секундой: $1 \text{ рад} = 206\,265'' = 2,06 \cdot 10^5''$. Тогда

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,06 \cdot 10^5'' = 41,2''.$$

Задача 3.1б. Сферическая поверхность плосковыпуклой линзы ($n_1 = 1,52$) соприкасается со стеклянной пластинкой ($n_2 = 1,70$). Пространство между линзой, радиус кривизны которой $R = 1,00$ м, и пластинкой заполнено жидкостью. Наблюдая кольца Ньютона в отраженном свете ($\lambda_0 = 0,589$ мкм), измерили радиус ρ десятого темного кольца. Определить показатель преломления жидкости $n_{\text{ж}}$ в двух случаях: 1) $\rho = 2,05$ мм, 2) $\rho = 1,90$ мм.

Решение. Искомый показатель преломления $n_{\text{ж}}$ не входит в явном виде в формулы

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (1)$$

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\lambda/2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

для колец Ньютона. Его можно ввести в эти формулы, если воспользоваться соотношением между длиной волны λ , скоростью света c и частотой колебаний ν , а также зависимостью скорости c от показателя преломления среды:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c_0}{n_{\text{ж}} \nu} = \frac{\lambda_0}{n_{\text{ж}}}, \quad (3)$$

где c_0 — скорость света в вакууме.

Прежде чем подставить значение λ из (3) в формулу (1) для темных колец, обратим внимание на то, что эта формула выведена для случая, когда показатели преломления линзы и пластинки одинаковы. В данной задаче это условие не соблюдено. Так как, неизвестен показатель преломления

жидкости, мы не можем сейчас решить вопрос о том, какая из формул (1), (2) относится к темным кольцам.

Предположим, что показатель преломления жидкости $n_{ж}$ удовлетворяет одному из двух неравенств:

$$n_{ж} < n_1 < n_2; \quad n_1 < n_2 < n_{ж}. \quad (4)$$

Тогда для темных колец будет верна формула (1). И, учитывая соотношение (3), получим

$$n_{ж} = kR\lambda_0 / r_k^2. \quad (5)$$

Выполнив вычисления, найдем:

$$1) \quad n_{ж_1} = 1,41; \quad 2) \quad n_{ж_2} = 1,63.$$

Теперь сделаем единственно возможное другое предположение относительно величины $n_{ж}$: пусть¹

$$n_1 < n_{ж} < n_2. \quad (6)$$

В этом случае для темных колец верна формула (2). Вместе с соотношением (3) она дает

$$n_{ж} = \frac{(2k-1)R\lambda_0}{2r_k^2}. \quad (7)$$

Выполнив Вычисление По Формуле (7), Получим:

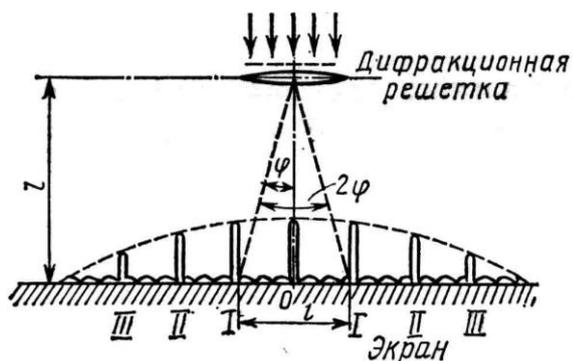
$$1) \quad n_{ж_1} = 1,34; \quad 2) \quad n_{ж_2} = 1,55.$$

Сравнив результаты вычислений по формулам (5), (7) для обоих случаев (очевидно, соответствующих двум разным жидкостям), видим, что в первом случае ($n_{ж_1} = 1,41$; $n_{ж_1} = 1,34$) значения показателя преломления жидкости удовлетворяют одному из неравенств (4), но не удовлетворяют неравенству (6). Следовательно, из двух формул (5), (7) правильный ответ дает формула (5), т. е. для первой жидкости $n_{ж_1} = 1,41$. Во втором случае ($n_{ж_2} = 1,63$; $n_{ж_2} = 1,55$) выполняется только неравенство (6). Следовательно, теперь правильный ответ дает формула (7), т. е. для второй жидкости $n_{ж_2} = 1,55$.

Задача 3.2. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. Помещенная

¹ Нельзя предположить, что $n = n_1$ или $n = n_2$, так как в этих случаях свет отражаться лишь от одной поверхности слоя жидкости и колец Ньютона не будет.

вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на $L = 1$ м. Расстояние l между двумя



максимумами интенсивности первого порядка, наблюдаемыми на экране, равно 20,2 см (см. рисунок). Определить: 1) постоянную d дифракционной решетки; 2) число n штрихов на 1 см; 3) число максимумов, которое при этом дает дифракционная решетка; 4)

максимальный угол φ_{\max} отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму.

Решение. 1. Постоянная d дифракционной решетки, длина волны λ и угол φ отклонения лучей, соответствующий k -му дифракционному максимуму, связаны соотношением

$$d \sin \varphi = k\lambda, \quad (1)$$

где k — порядок спектра, или в случае монохроматического света порядок максимума.

В данном случае $k = 1$, $\sin \varphi = \operatorname{tg} \varphi$ (ввиду того, что $l/2 \ll L$), $\operatorname{tg} \varphi = (1/2)L$ (следует из рисунка), с учетом последних трех равенств соотношение (1) примет вид

$$d \frac{l}{2L} = \lambda,$$

откуда постоянная решетки $d = 2L\lambda/l$.

Подставляя данные, получим $d = 4,95$ мкм.

2. Число штрихов на 1 см найдем из формулы $n = 1/d$.

После подстановки числовых значений получим $n = 2,02 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$.

3. Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решеткой, вычислим сначала максимальное значение k_{\max} исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей решеткой не может превышать 90° .

Из формулы (1) запишем

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda} \sin \varphi. \quad (2)$$

Подставляя значения величин, получим $k_{\max} = 9,9$.

Число k обязательно должно быть целым. В то же время оно не может принять значение, равное 10, так как в этом случае $\sin \varphi$ будет больше единицы, что невозможно. Следовательно $k_{\max} = 9$.

Определим общее число максимумов дифракционной картины, полученной посредством дифракционной решетки. Влево и вправо от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному k_{\max} , т.е. всего $2k_{\max}$. С учетом центрального нулевого максимума общее число максимумов равно $N = 2k_{\max} + 1$.

Подставляя значение k_{\max} , найдем $N = 18 + 1 = 19$.

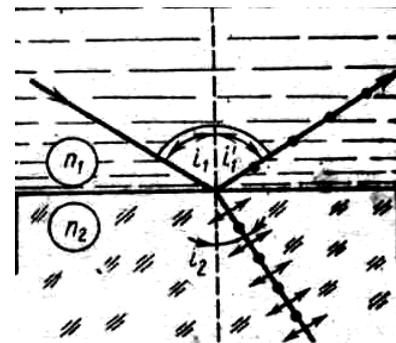
4. Для определения максимального угла отклонения лучей, соответствующего последнему дифракционному максимуму, выразим из соотношения (2) синус этого угла: $\sin \varphi_{\max} = k_{\max} \lambda/d$.

Отсюда $\varphi_{\max} = \arcsin (k_{\max} \lambda/d)$.

Подставив значения величин λ , d , k_{\max} и произведя вычисления, получим $\varphi_{\max} = 65,4^\circ$.

Задача 3.3а. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света образует угол $\varphi = 2i = 97^\circ$ с падающим пучком (см. рисунок).

Определить показатель преломления n_1 жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.



Решение. Согласно закону Брюстера, пучок света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления $\operatorname{tg} i_B = n_{21}$, где n_{21} – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления. Следовательно, $\operatorname{tg} i_B = n_2/n_1$.

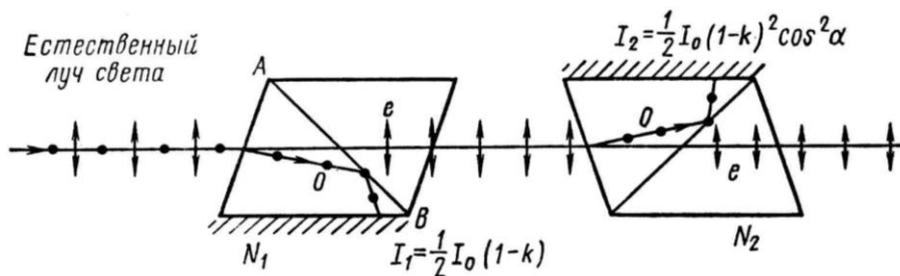
Так как угол падения равен углу отражения, то $i_B = \varphi/2$ и, следовательно, $\operatorname{tg}(\varphi/2) = n_2/n_1$, откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}(\varphi/2)}.$$

Произведем Вычисления:

$$n_1 = \frac{1,5}{\operatorname{tg}(97^\circ/2)} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33.$$

Задача 3.36. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между их плоскостями пропускания составляет $\alpha = 60^\circ$. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 естественного света: 1) при прохождении через один николю N_1 ; 2) при прохождении через оба николя. Коэффициент поглощения света в николе $k = 0,05$. Потери на отражение света не



учитывать.

Решение 1. Естественный свет, падая на грань призмы Николя (см. рисунок), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний необыкновенного пучка лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний обыкновенного пучка перпендикулярна плоскости чертежа. Обыкновенный пучок света (o) вследствие полного отражения от границы AB отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок (e) проходит через призму, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму,

$$I_1 = 1/2 I_0(1-k).$$

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света, падающего на первый николю, на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2I_0}{I_0(1-k)} = \frac{2}{1-k}. \quad (1)$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_i} = \frac{2}{1-0,05} = 2,1.$$

Интенсивность света при прохождении через николю N_1 уменьшается в 2,1 раза.

2. Плоскополяризованный пучок света интенсивности I_1 падает на второй николю N_2 и также расщепляется на два пучка различной интенсивности: обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный пучок полностью поглощается призмой, поэтому его интенсивность нас не интересует. Интенсивность I_2 необыкновенного пучка, вышедшего из призмы N_2 , определяется законом Малюса (без учета поглощения света во втором николе):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha,$$

где α — угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания николя N_2 .

Учитывая потери интенсивности на поглощение во втором николе, получим:

$$I_2 = I_1(1-k)\cos^2 \alpha.$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_2 света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1-k)\cos^2 \alpha}.$$

Заменяя отношение I_0/I_1 его выражением по формуле (1), получаем:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \alpha}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0,05)^2 \cos^2 60^\circ} = 8,86.$$

Таким образом, после прохождения света через два николя интенсивность его уменьшится в 8,86 раза.

Задача 3.4а. Длина волны λ_m , на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела, равна 0,58 мкм. Определить максимальную спектральную плотность энергетической светимости ($r_{\lambda, T_{\max}}$), рассчитанную на интервал длин волн $\Delta\lambda = 1$ нм, вблизи λ_m .

Решение. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости пропорциональна пятой степени температуры кельвина и выражается формулой

$$r_{\lambda, T_{\max}} = CT^5, \quad (1)$$

где C – вторая постоянная Вина.

Температуру T выразим из закона смещения Вина $\lambda_m = b/T$, откуда $T = b/\lambda_m$.

Подставив Полученное Выражение Температуры В Формулу (1), Найдем

$$r_{\lambda, T_{\max}} = C(b/\lambda_m)^5. \quad (2)$$

В таблице значение C дано в единицах СИ, в которых единичный интервал длин волн $\Delta\lambda = 1$ м. По условию же задачи требуется вычислить спектральную плотность энергетической светимости, рассчитанную на интервал длин волн 1 нм, поэтому выпишем значение C в единицах СИ и пересчитаем его на заданный интервал длин волн:

$$C = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5) = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{К}^5) = 1,30 \cdot 10^{-14} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм} \cdot \text{К}^5).$$

Согласно формуле (2) получим:

$$r_{\lambda, T_{\max}} = 40,6 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм}).$$

Задача 3.4б. Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны $\lambda = 500$ нм. Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить: 1) энергетическую светимость R Солнца; 2) поток энергии Φ , излучаемый Солнцем; 3) массу m , теряемую Солнцем при излучении за 1 с.

Решение. Энергетическая светимость R черного тела выражается формулой Стефана – Больцмана

$$R = \sigma T^4. \quad (1)$$

Температура излучающей поверхности может быть определена из закона смещения Вина: $\lambda_m = b/T$. Выразив отсюда температуру T и подставив ее в формулу (1), получим:

$$R = \sigma(b/\lambda_m)^4. \quad (2)$$

Произведя вычисления по формуле (2), найдем

$$R = 64 \text{ МВт/м}^2.$$

2. Поток энергии Φ , излучаемый Солнцем, равен произведению энергетической светимости Солнца на площадь S его поверхности: $\Phi = R S$, или

$$\Phi = 4\pi r^2 R, \quad (3)$$

где r — радиус Солнца.

Подставив в формулу (3) значения π , r и R и произведя вычисления, получим

$$\Phi = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт.}$$

3. Массу, теряемую Солнцем вследствие излучения за время $t = 1$ с, определим, применив закон пропорциональности массы и энергии $E = mc^2$. Энергия излучаемая Солнцем за время t , равна произведению потока энергии Φ (мощности излучения) на время: $E = \Phi t$. Следовательно, $\Phi t = mc^2$, откуда

$$m = \frac{\Phi \cdot t}{c^2}, \text{ где } t = 1 \text{ с.}$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$$m = 4,3 \cdot 10^9 \text{ кг.}$$

Задача 3.5а. На металлическую пластину падает монохроматический свет ($\lambda = 0,413$ мкм). Поток фотоэлектронов, вырывааемых с поверхности металла, полностью задерживается, когда разность потенциалов тормозящего электрического поля достигает $U = 1,0$ В. Определить работу выхода в электронвольтах и красную границу фотоэффекта.

Решение. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта (1)

$$hc/\lambda = A + T. \quad (1)$$

Так как даже самые быстрые электроны задерживаются электрическим полем, пролетев в нем расстояние, соответствующее разности потенциалов U , то их начальная кинетическая энергия T связана с величиной U соотношением $T = eU$. Следовательно,

$$hc/\lambda = A + eU. \quad (2)$$

Отсюда найдем работу выхода:

$$A = hc/\lambda - eU = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,0 \text{ эВ.}$$

Красной (длинноволновой) границе фотоэффекта $\lambda_{\text{кр}}$ в уравнении Эйнштейна соответствует $T = 0$. Поэтому, полагая $\lambda = \lambda_{\text{кр}}$, получим

$$\lambda_{\text{кр}} = hc/A = 0,62 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0,62 \text{ мкм.}$$

Задача 3.5б. Определить максимальную скорость электронов, вылетающих из металла под действием γ -излучения длиной волны $\lambda = 0,03 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

Решение. Снова применим уравнение эйнштейна (1). Обратим внимание на то, что длина волны γ -излучения близка к комптоновской длине волны λ_c для электрона и, следовательно, энергия γ -фотона $h\nu$ есть величина одного порядка с энергией покоя электрона $w_0 = 0,511 \text{ мэВ}$. Так как при этом работа выхода a электрона из металла (любого) измеряется всего лишь несколькими электронвольтами, то величиной a в (1) можно пренебречь, а электрон следует рассматривать как релятивистскую частицу, кинетическая энергия которой выражается формулой (3). Тогда уравнение (1) принимает вид (4):

$$T = mc^2 - m_0c^2 \quad (3)$$

$$\frac{hc}{\lambda} = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \quad (4)$$

или, введя комптоновскую длину волны для электрона $\lambda_c = \frac{h}{m_0c}$, имеем:

$$\frac{\lambda_c}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \quad (5)$$

Из выражения (5) найдем относительную скорость электрона $\beta = v/c$ при $\lambda_c = 0,0242 \cdot 10^{-10} \text{ м}$

$$\beta = \frac{\sqrt{\lambda_c^2 + 2\lambda}}{\lambda_c + \lambda} = 0,86.$$

Максимальная скорость электрона равна:

$$v = \beta c = 0,86 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 2,5 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Задача 3.6а. Монохроматический ($\lambda = 0,662$ мкм) пучок света, падает нормально на поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0,80$. Определить количество фотонов, ежесекундно поглощаемых 1 см^2 поверхности, если давление света на поверхность $P = 1,0$ мкПа.

Решение. Так как условие задачи позволяет найти энергию фотона $h\nu$, то выразим искомое число N поглощенных фотонов как отношение энергии света W , поглощенного 1 см^2 поверхности за 1 с , к энергии $h\nu$ одного фотона,

$$N = \frac{W}{h\nu} = \frac{W\lambda}{hc}. \quad (1)$$

Чтобы связать величину W с данным давлением P света, воспользуемся формулой (2). Входящую в нее энергетическую освещенность E_e , согласно определению, выразим так:

$$P = \frac{E_e}{c} (1 + \rho). \quad (2)$$

$$E_e = W_0 / St, \quad (3)$$

где W_0 — энергия света, падающего на площадку S за время t .

Из определения коэффициента отражения ρ следует, что между величинами W , W_0 имеется соотношение

$$W = W_0 (1 - \rho). \quad (4)$$

Таким образом, с учетом (3), (4) формула (2) примет вид:

$$P = \frac{W}{cSt} \cdot \frac{1 + \rho}{1 - \rho}. \quad (5)$$

Исключив величину W из уравнений (1) и (5), получим ответ:

$$N = \frac{P\lambda St}{h} \cdot \frac{1 - \rho}{1 + \rho}$$

Выразим в единицах СИ входящие в формулу величины: $P = 1,00 \cdot 10^{-6}$ Па, $\lambda = 0,662 \cdot 10^{-6}$ м, $S = 10^{-4}$ м², $t = 1,00$ с, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, $\rho = 0,80$. Выполнив вычисления, найдем число поглощенных фотонов

$$N = 1,0 \cdot 10^{21}.$$

Задача 3.6б. Параллельный пучок света с интенсивностью $I = 0,20$ Вт/см² падает под углом $\varphi = 60^\circ$ на плоское зеркало с коэффициентом отражения $\rho = 0,90$. Определить давление света на зеркало.

Решение. Если бы свет падал на зеркало нормально ($\varphi = 0$), световое давление P_0 выражалось бы формулой (1).

$$P_0 = I \left(1 + \rho \right) c, \quad (1)$$

Используя квантовые представления о свете, выясним зависимость светового давления P от угла падения φ . Исходя из определения давления и, применив к зеркалу второй закон Ньютона, запишем:

$$P_0 = \frac{F_n}{S} = \frac{F_n \Delta t}{S \Delta t} = \frac{\Delta mv_n}{S \Delta t},$$

где $(\Delta mv)_n$ – проекция импульса Δmv , сообщенного фотонами за время Δt зеркалу, на направление нормали к нему; S – площадь освещенной поверхности. По закону сохранения импульса величина Δmv численно равна суммарному изменению импульса Δp всех фотонов при их взаимодействии с зеркалом за время Δt . Следовательно,

$$P = \frac{(\Delta p)_n}{S \Delta t}. \quad (2)$$

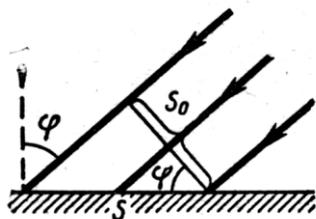


Рис. 1

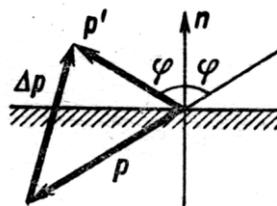


Рис. 2

Величины S , $(\Delta p)_n$ зависят от угла падения φ . Действительно, как это видно из рис. 1,

$$S = S_0 / \cos \varphi, \quad (3)$$

где S_0 – площадь поперечного сечения светового пучка. На рис. 2 изображены суммарные импульсы фотонов, падающих на зеркало и отраженных от него (за время Δt) \vec{p} и \vec{p}' , так что

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}' - \vec{p}.$$

Отсюда, переходя к проекциям на направление нормали n к зеркалу и учитывая противоположные направления проекций p'_n , p_n , запишем

$$\Delta p_x = p'_n - p_n = p' \cos \varphi + p \cos \varphi = (p' + p) \cos \varphi \quad (4)$$

Из (2) – (4) найдем

$$P = \frac{(p' + p) \cos \varphi}{S_0 \Delta t} \cos^2 \varphi.$$

Так как $P = P_0$ при $\varphi = 0$, где давление P_0 определяется формулой (1), то окончательно имеем

$$P = \frac{I}{c} (1 + \rho) \cos^2 \varphi.$$

Выразим в единицах СИ входящие в формулу величины: $I = 2,0 \cdot 10^3$ Вт/м², $c = 3,0 \cdot 10^8$ м/с, $\rho = 0,90$, $\cos \varphi = 0,50$. Выполнив вычисления, получим значение давления света

$$P = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ Па.}$$

Задача 3.7. Фотон с энергией $\varepsilon = 0,75$ МэВ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60^\circ$. Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном были пренебрежимо малы, определить: 1) энергию ε' рассеянного фотона; 2) кинетическую энергию T электрона отдачи; 3) направление его движения.

Решение. 1. Энергию рассеянного фотона найдем, воспользовавшись формулой Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc} (1 - \cos \theta).$$

выразив длины волн λ и λ' через энергии ε' и ε соответствующих фотонов, получим

$$\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon'} - \frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon} = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c} (1 - \cos \theta).$$

Разделим обе части этого равенства на $2\pi\hbar c$: $\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1 - \cos \theta}{m_0 c^2}$. Отсюда, обозначив для краткости энергию покоя электрона $m_0 c^2$ через E_0 , найдем

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{(E_0 / \varepsilon) (1 - \cos \theta) + 1}. \quad (1)$$

Подставив числовые значения величин, получим $\varepsilon' = 0,43$ МэВ.

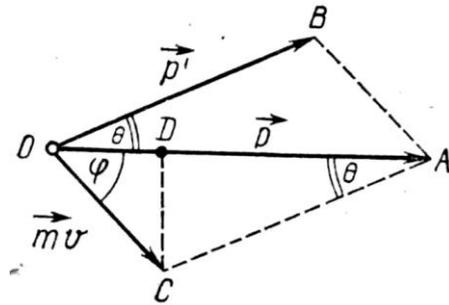
2. Кинетическая энергия электрона отдачи, как это следует из закона сохранения энергии, равна разности между энергией ε падающего фотона и энергией ε' рассеянного фотона:

$$T = \varepsilon - \varepsilon' = 0,32 \text{ МэВ.}$$

3. Направление движения электрона отдачи найдем, применив закон сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона \vec{p} равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона \vec{p}' и электрона отдачи $m\vec{v}$:

$$\vec{p} = \vec{p}' + m\vec{v}.$$

Векторная диаграмма импульсов изображена на рисунке. Все векторы проведены из точки O , где находился электрон в момент соударения с фотоном. Угол φ определяет направление движения электрона отдачи.



Из треугольника OCD находим

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{|CD|}{|OD|} = \frac{|CA|\sin\theta}{|OA| - |CA|\cos\theta},$$

или

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{p'\sin\theta}{p - p'\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{p/p' - \cos\theta}.$$

Так как $p = \varepsilon/c$ и $p' = \varepsilon'/c$, то

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\varepsilon/\varepsilon' - \cos\theta}. \quad (2)$$

преобразуем формулу (2) так, чтобы угол φ выражался непосредственно через величины ε и θ , заданные в условии задачи. из формулы (1) следует

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon}{E_0} \left(-\cos\theta \right) + 1 \quad (3)$$

Заменим в формуле (2) соотношение ε/ε' по формуле (3):

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\left(+\varepsilon/E_0 \right) (1 - \cos\theta)}$$

Учитывая, что $\sin \theta = 2 \sin (\theta/2) \cos (\theta/2)$ и $1 - \cos \theta = 2 \sin^2 (\theta/2)$, после соответствующих преобразований получим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{ctg} \theta}{1 + \varepsilon / E_0}. \quad (4)$$

После вычислений по формуле (4) найдем $\operatorname{tg} \varphi = 0,701$, откуда $\varphi = 35^\circ$.

Задача 3.8а. Вычислить радиус первой орбиты атома водорода (боровский радиус) и скорость электрона на этой орбите.

Решение. Согласно теории Бора, радиус r электронной орбиты и скорость v электрона на ней связаны равенством $mvr = n \hbar$. Так как в задаче требуется определить величины, относящиеся к первой орбите, то главное квантовое число $n = 1$, и равенство примет вид

$$mvr = \hbar. \quad (1)$$

Для определения двух неизвестных величин r и v необходимо еще одно уравнение. В качестве второго уравнения воспользуемся уравнением движения электрона. Согласно теории Бора, электрон вращается вокруг ядра. При этом сила взаимодействия между электрическими зарядами ядра и электрона сообщает электрону центростремительное ускорение. На основании второго закона Ньютона можем записать

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2},$$

где e и m — заряд и масса электрона или

$$mv^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}. \quad (2)$$

Совместное решение равенств (1) и (2) относительно r дает

$$r = 4\pi\varepsilon_0 \hbar^2 / (me^2).$$

Подставив сюда значения \hbar , e , m и произведя вычисления, найдем боровский радиус:

$$r_1 = a = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

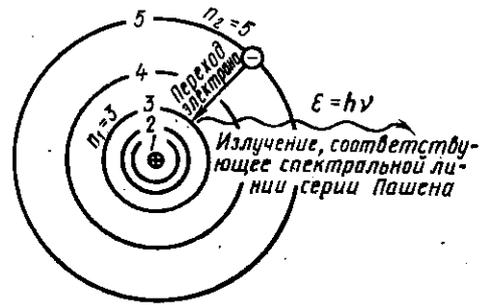
Из равенства (1) получим выражение скорости электрона на первой орбите:

$$v = \hbar / (mr).$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$$v = 2,18 \text{ Мм/с.}$$

Задача 3.8б. Определить энергию ε фотона, соответствующего второй линии в первой инфракрасной серии (серии Пашена) атома водорода.



Решение. Энергия ε фотона, излучаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую

$$\varepsilon = E_i \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где E_i – энергия ионизации атома водорода; $n_1 = 1, 2, 3, \dots$ – номер орбиты, на которую переходит электрон (см рисунок); $n_2 = n_1 + 1; n_1 + 2; \dots; n_1 + m$ – номер орбиты, с которой переходит электрон; m – номер спектральной линии в данной серии. Для серии Пашена $n_1 = 3$; для второй линии этой серии $m = 2$; $n_2 = n_1 + m = 3 + 2 = 5$. Подставив числовые значения, найдем энергию фотона:

$$\varepsilon = 0,97 \text{ эВ.}$$

Задача 3.9. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U . Найти длину волны де Бройля λ для двух случаев: 1) $U_1 = 51 \text{ В}$; 2) $U_2 = 510 \text{ кВ}$.

Решение. Длина волны де Бройля λ частицы зависит от ее импульса p и определяется формулой

$$\lambda = 2\pi\hbar / p. \quad (1)$$

Импульс частицы можно определить, если известна ее кинетическая энергия T . Связь импульса с кинетической энергией для нерелятивистского (когда $T \ll E_0$) и для релятивистского (когда $T \approx E_0$) случаев соответственно выражается формулами:

$$p = \sqrt{2m_0T}, \quad (2)$$

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_0^2 + T^2}. \quad (3)$$

Формула (1) с учетом соотношений (2) и (3) запишется соответственно в нерелятивистском и релятивистском случаях:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0T}} \quad (4)$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{c^2(E_0 + T)^2}} \quad (5)$$

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего заданные в условии задачи разности потенциалов $U_1 = 51$ В и $U_2 = 510$ кВ, с энергией покоя электрона и в зависимости от этого решим вопрос, какую из формул (4) и (5) следует применить для вычисления длины волны де Бройля.

Как известно, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U ,

$$T = |e|U.$$

В первом случае $T_1 = |e|U_1 = 51$ эВ $= 0,51 \cdot 10^{-4} m_0c^2$, что много меньше энергии покоя электрона $T_0 = m_0c^2 = 0,51$ МэВ. Следовательно, можно применить формулу (4).

Для упрощения расчетов заметим, что $T_1 = 10^{-4} m_0c^2$. Подставив это выражение в формулу (4), перепишем ее в виде:

$$\lambda_1 = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0 \cdot 10^{-4} m_0c^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\pi\hbar}{m_0c}.$$

Учтя, что $\left[\frac{2\pi\hbar}{m_0c} \right]$ - комптоновская длина волны λ_C , получим:

$$\lambda_1 = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \lambda_C.$$

Так как $\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м, то

$$\lambda_1 = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \cdot 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 172 \text{ пм}.$$

Во втором случае кинетическая энергия $E_2 = |e|U_2 = 510$ кэВ $= 0,51$ МэВ, т.е. равна энергии покоя электрона. Следовательно, необходимо применить релятивистскую формулу (5).

Учитывая, что $T_2 = 0,51$ МэВ $= m_0c^2$, по формуле (5) найдем

$$\lambda_2 = \frac{2\pi\hbar}{\frac{1}{c}\sqrt{(m_0c^2 + m_0c^2) m_0c^2}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{3}m_0c}, \text{ или } \lambda_2 = \frac{\lambda_C}{\sqrt{3}}.$$

Подставив значение λ_C в последнюю формулу и произведя вычисления, получим $\lambda_2 = 1,4$ пм.

Задача 3.10. Кинетическая энергия T электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.

Решение. Неопределенность координаты и импульса электрона связаны соотношением

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar, \quad (1)$$

где Δx – неопределенность координаты электрона; Δp – неопределенность его импульса.

Из этого соотношения следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а, следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l , тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью $\Delta x = l/2$. Соотношение неопределенностей (1) можно записать в этом случае в виде $(l/2) \Delta p \geq \hbar$, откуда

$$l \geq 2 \hbar / (\Delta p). \quad (2)$$

Физически разумная неопределенность импульса Δp не должна превышать значения самого импульса p , т. е. $\Delta p \leq p$.

Импульс p связан с кинетической энергией T соотношением $p = \sqrt{2mT}$. Заменим Δp значением $\sqrt{2mT}$ (такая замена не увеличит l). Переходя от неравенства (2) к равенству, получим

$$l_{\min} = 2\hbar / \sqrt{2mT}.$$

Подставив числовые значения и произведя вычисления, найдем

$$l_{\min} = 124 \text{ пм}.$$

Задача 3.11. При определении периода полураспада $T_{1/2}$ коротко живущего радиоактивного изотопа использован счетчик импульсов. За время $\Delta t = 1$ мин в начале наблюдения ($t=0$) было насчитано $\Delta n_1 = 250$ импульсов, а

по истечении времени $t = 1$ ч $\Delta n_2 = 92$ импульса. Определить постоянную радиоактивного распада λ и период полураспада $T_{1/2}$ изотопа.

Решение. Число импульсов Δn , регистрируемых счетчиком за время Δt , пропорционально числу распавшихся атомов ΔN .

Таким образом, при первом измерении

$$\Delta n_1 = k\Delta N_1 = kN_1 \left(-e^{-\lambda\Delta t} \right), \quad (1)$$

где N_1 – количество радиоактивных атомов к моменту начала отсчета; k – коэффициент пропорциональности (постоянный для данного прибора и данного расположения прибора относительно радиоактивного изотопа).

при повторном измерении (предполагается, что расположение приборов осталось прежним)

$$\Delta n_2 = k\Delta N_2 = kN_2 \left(-e^{-\lambda\Delta t} \right), \quad (2).$$

где N_2 – количество радиоактивных атомов к моменту начала второго измерения.

Разделив соотношение (1) на выражение (2) и приняв во внимание, что по условию задачи Δt одинаково в обоих случаях, а также что N_1 и N_2 связаны между собой соотношением $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$, получим

$$\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = e^{\lambda t}, \quad (3)$$

где t – время, прошедшее от первого до второго измерения. Для вычисления λ выражение (3) следует прологарифмировать: $\ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = \lambda t$, откуда

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}.$$

Подставив числовые данные, получим постоянную радиоактивного распада, а затем и период полураспада:

$$\lambda = \frac{1}{1} \ln \frac{250}{92} \text{ ч}^{-1} = 1 \text{ ч}^{-1};$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{1} \text{ ч} = 41,5 \text{ мин}.$$

Задача 3.12. Определить энергию реакции $^{10}_5\text{B} + \alpha \rightarrow ^7_3\text{Li}$, протекающей в результате взаимодействия весьма медленных нейтронов с покоящимися ядрами бора. Найти также кинетические энергии продуктов реакции.

Решение. Реакция $^{10}_5\text{B} + \alpha \rightarrow ^7_3\text{Li}$ состоит в следующем. Ядро бора $^{10}_5\text{B}$, поглотив медленный нейтрон ^1_0n , превращается в промежуточное ядро $^{11}_5\text{B}$. Последнее, будучи возбужденным, испускает α -частицу (т.е. ядро гелия ^4_2He), превращаясь в ядро лития ^7_3Li . В развернутом виде реакция записывается так:



Энергию реакции Q найдем по формуле:

$$Q = c^2 [m_{^{10}\text{B}} + m_{^1\text{n}} - m_{^7\text{Li}} - m_{^4\text{He}}].$$

Заменив массы покоя ядер атомов массами покоя самих атомов, значения которых даны в таблицах, получим:

$$Q = 931 \cdot (10,01294 + 1,00667 - 7,01601 - 4,00260) \text{ МэВ} = 2,80 \text{ МэВ}.$$

Чтобы найти кинетические энергии продуктов реакции – ядра лития ^7Li и α -частицы, применим закон сохранения релятивистской энергии, записанный в форме

$$\sum T + Q = \sum T', \quad (1)$$

где $\sum T$ – сумма кинетических энергий частиц до реакции; $\sum T'$ – сумма кинетических энергий продуктов реакции.

Из условия задачи следует, что величиной $\sum T$ можно пренебречь. Тогда получим, что сумма кинетических энергий частиц ^7Li и ^4He равна

$$T_{\text{Li}} + T_{\text{He}} = Q \quad (2)$$

Чтобы составить второе уравнение, связывающее неизвестные T_{Li} и T_{He} применим закон сохранения импульса. Полагая суммарный импульс частиц до реакции равным нулю, приходим к выводу, что и после реакции он должен быть равен нулю:

$$\vec{p}_{\text{Li}} + \vec{p}_{\text{He}} = 0.$$

Отсюда для модулей импульсов имеем

$$p_{\text{Li}} = p_{\text{He}}.$$

Переходя от импульсов частиц к их кинетическим энергиям $p = \sqrt{2mT}$, получим, что

$$m_{Li}T_{Li} = m_{He}T_{He}. \quad (3)$$

РЕШИВ СИСТЕМУ ИЗ УРАВНЕНИЙ (2), (3), ОПРЕДЕЛИМ:

$$T_{Li} = Qm_{He} / (m_{Li} + m_{He}); \quad T_{He} = Qm_{Li} / (m_{Li} + m_{He}).$$

Округлив значения масс ядер m_{Li} , m_{He} до целых чисел, получим:

$$T_{Li} = 4Q/11 = 1,02 \text{ МэВ}; \quad T_{He} = 7Q/11 = 1,78 \text{ МэВ}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 3

Таблица вариантов

Вариант	Номера задач											
	3.010	3.020	3.030	3.040	3.050	3.060	3.070	3.080	3.090	3.100	3.110	3.120
0	3.010	3.020	3.030	3.040	3.050	3.060	3.070	3.080	3.090	3.100	3.110	3.120
1	3.011	3.021	3.031	3.041	3.051	3.061	3.071	3.081	3.091	3.101	3.111	3.121
2	3.012	3.022	3.032	3.042	3.052	3.062	3.072	3.082	3.092	3.102	3.112	3.122
3	3.013	3.023	3.033	3.043	3.053	3.063	3.073	3.083	3.093	3.103	3.113	3.123
4	3.014	3.024	3.034	3.044	3.054	3.064	3.074	3.084	3.094	3.104	3.114	3.124
5	3.015	3.025	3.035	3.045	3.055	3.065	3.075	3.085	3.095	3.105	3.115	3.125
6	3.016	3.026	3.036	3.046	3.056	3.066	3.076	3.086	3.096	3.106	3.116	3.126
7	3.017	3.027	3.037	3.047	3.057	3.067	3.077	3.087	3.097	3.107	3.117	3.127
8	3.018	3.028	3.038	3.048	3.058	3.068	3.078	3.088	3.098	3.108	3.118	3.128
9	3.019	3.029	3.039	3.049	3.059	3.069	3.079	3.089	3.099	3.109	3.119	3.129

1. Интерференция света. Тонкие пленки. Кольца Ньютона

3.010. На мыльную пленку падает белый свет под углом $i = 45^\circ$ к поверхности пленки. Определить при какой минимальной толщине h пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$.

3.011. На установке для наблюдения колец Ньютона был измерен в отраженном свете радиус третьего темного кольца. Когда пространство между плоскопараллельной пластиной и линзой заполнили жидкостью, то тот же радиус стал иметь кольцо с номером, на единицу большим. Определить показатель преломления n жидкости.

3.012. На тонкий стеклянный клин, с показателем преломления $n = 1,55$, падает нормально монохроматический свет. Двугранный угол α между

поверхностями клина равен $2'$. Определить длину световой волны λ , если расстояние l между смежными интерференционными максимумами в отраженном свете равно 0,3 мм.

3.013. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 15$ м. Расстояние между пятым и двадцать пятым светлыми кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, равно $\Delta r_{25,5} = 9$ мм. Определить длину волны λ монохроматического света.

3.014. На тонкий стеклянный клин перпендикулярно к его поверхности падает пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определить угол β между поверхностями клина, если расстояние l между смежными интерференционными минимумами в отраженном свете равно 4 мм.

3.015. Расстояние $\Delta r_{2,1}$ между вторым и первым темными кольцами Ньютона в отраженном свете равно 1 мм. Определить расстояние $\Delta r_{10,9}$ между десятым и девятым кольцами.

3.016. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1,3$, находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. Определить при какой наименьшей толщине h пленки отраженный свет с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм окажется максимально усиленным в результате интерференции.

3.017. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 590$ нм. Радиус кривизны линзы равен $R = 5$ м. Определить ширину воздушного промежутка в том месте, где наблюдается третье светлое кольцо в отраженном свете.

3.018. На тонкую глицериновую пленку толщиной $h = 1,5$ мкм нормально к ее поверхности падает белый свет. Определить длины волн лучей видимого участка спектра ($0,75 \geq \lambda \geq 0,4$) мкм, которые будут ослаблены в результате интерференции.

3.019. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Определить показатель преломления жидкости, если радиус r_3 третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в

отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм равен $0,82$ мм. Радиус кривизны линзы $R = 0,5$ м.

2. Дифракция света. Дифракционная решетка

3.020. Дифракционная решетка освещена нормально падающим монохроматическим светом. В дифракционной картине максимум второго порядка отклонен на угол $\varphi_1 = 14^\circ$. Определить на какой угол φ_2 отклонен максимум третьего порядка.

3.021. Дифракционная решетка содержит $n = 200$ штрихов на 1 мм. На решетку падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка.

3.022. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти перекрывают друг друга. Определить на какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница $\lambda = 0,4$ мкм спектра третьего порядка.

3.023. На дифракционную решетку, содержащую $n = 500$ штрихов на 1 мм, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить ширину b спектра первого порядка на экране, если расстояние L линзы до экрана равно 3 м. Границы видимости спектра $\lambda_{кр} = 780$ нм, $\lambda_{ф} = 400$ нм.

3.024. С помощью дифракционной решетки с периодом $d = 20$ мм требуется разрешить дублет натрия с длинами волн $\lambda_1 = 589,0$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм в спектре второго порядка. Определить при какой наименьшей длине в решетке это возможно.

3.025. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает пучок света от разрядной трубки. Определить постоянную d дифракционной решетки при которой совпадут максимумы линий $\lambda_1 = 656,3$ нм и $\lambda_2 = 410,2$ нм в направлении $\varphi = 41^\circ$.

3.026. На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в $n = 4,6$ раза больше длины световой волны. Определить общее

число M дифракционных максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае.

3.027. На дифракционную решетку, содержащую $n = 100$ штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол $\Delta\varphi = 20^\circ$. Определить длину волны λ света.

3.028. На дифракционную решетку, содержащую $n = 400$ штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить общее число дифракционных максимумов, которые дает эта решетка и угол дифракции, соответствующий последнему максимуму.

3.029. Постоянная дифракционной решетки $d = 2$ мкм. Определить какую разность длин волн $\Delta\lambda$ может разрешить эта решетка в области желтых лучей с длиной волны $\lambda = 600$ нм в спектре второго порядка. Ширина решетки $l = 2,5$ см.

3. Поляризация света. Закон Брюстера. Закон Малюса.

3.030. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом $i_B = 42^\circ 37'$. Определить показатель преломления жидкости, если показатель преломления стекла равен $n = 1,5$.

3.031. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен φ . Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8% падающего на них света. Интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9% интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Определить угол φ .

3.032. Определить показатель преломления n стекла, если при отражении от него света, отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления $\beta = 30^\circ$.

3.033. Определить угол φ между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, проходящего через поляризатор и анализатор, уменьшается в 4 раза.

3.034. Угол Брюстера при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен 57° . Определить скорость света в этом кристалле.

3.035. Угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен 45° . Определить во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол α увеличить до 60° .

3.036. Предельный угол полного отражения пучка света на границе жидкости с воздухом равен $i_{\text{пр}} = 43^\circ$. Определить угол Брюстера для падения луча из воздуха на поверхность этой жидкости.

3.037. Определить во сколько раз уменьшится интенсивность света, проходящего через поляризатор и анализатор, у которых угол между оптическими осями равен 30° , если в поляризаторе и анализаторе теряется 10% интенсивности падающего на него света.

3.038. Под каким углом i_B к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были наиболее полно поляризованы.

3.039. Анализатор в $n = 2$ раза уменьшает интенсивность света, приходящего к нему от поляризатора и анализатора. Определить угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. Потерями интенсивности света в анализаторе пренебречь.

4. Тепловое излучение. Закон Вина. Закон Стефана-Больцмана.

3.040. Мощность излучения абсолютно черного тела $N = 34$ кВт. Определить температуру T этого тела, если известно, что его поверхность $S = 0,6$ м².

3.041. Определить энергетическую светимость абсолютно черного тела, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda = 484$ нм.

3.042. Мощность излучения абсолютно черного тела $P = 10$ кВт. Определить площадь S излучающей поверхности тела, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda = 700$ нм.

3.043. Определить длину волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, имеющего температуру $T = 310$ К.

3.044. При нагревании абсолютно черного тела длина волны λ , на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась от 690 до 500 нм. Определить во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость R_λ тела.

3.045. Определить температуру T и энергетическую светимость R_λ абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda = 600$ нм.

3.046. Можно условно принять, что Земля излучает как серое тело, находящееся при температуре $T = 280$ К. Определить коэффициент черноты a_T Земли, если энергетическая светимость R_λ ее поверхности равна 325 кДж/м²ч.

3.047. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости $(r_{\lambda, T})_{\max}$ абсолютно черного тела равна $4,16 \cdot 10^{11}$ (Вт/м²). Определить на какую длину волны λ_m она приходится.

3.048. Мощность P излучения шара радиусом $R = 10$ см при некоторой постоянной температуре T равна 1 кВт. Определить эту температуру, считая шар серым телом с коэффициентом черноты $a_T = 0,25$.

3.049. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности $(r_{\lambda, T})_{\max}$ сместился $\lambda_1 = 2,4$ мкм на $\lambda_2 = 0,8$ мкм. Определить как и во сколько раз изменились энергетическая светимость R_λ тела и максимальная спектральная плотность энергетической светимости.

5. Квантовая оптика. Внешний фотоэффект.

3.050. На фотоэлемент с катодом из лития падает излучение с длиной волны $\lambda = 200$ нм. Определить наименьшее значение задерживающей разности потенциалов, которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить фототок.

3.051. На металлическую пластину направлен монохроматический пучок света с частотой $\nu = 7,3 \cdot 10^{14}$ Гц. Красная граница фотоэффекта для данного материала $\lambda_0 = 560$ нм. Определить максимальную скорость фотоэлектронов.

3.052. Фотоны с энергией $\varepsilon = 4,9$ эВ вырывают электроны из металла с работой выхода $A = 4,5$ эВ. Определить максимальный импульс p_{\max} , передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона.

3.053. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $\lambda_0 = 275$ нм. Определить минимальную энергию ε фотона, вызывающего фотоэффект.

3.054. Определить частоту ν света, вырывающего из металла электроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов $U = 3$ В. Фотоэффект начинается при частоте света $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ Гц. Определить работу выхода A электрона из металла.

3.055. Определить максимальную скорость v_{\max} фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении γ -фотонами с энергией $\varepsilon = 1,53$ МэВ.

3.056. Определить длину волны λ ультрафиолетового излучения, падающего на поверхность некоторого металла, при максимальной скорости фотоэлектронов, равной 10 Мм/с. Работой выхода электронов из металла пренебречь.

3.057. На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,1$ мкм. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 0,3$ мкм. Определить какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии.

3.058. Фотон с энергией $\varepsilon = 10$ эВ падает на серебряную пластину и вызывает фотоэффект. Какую задерживающую разность потенциалов нужно приложить, чтобы прекратился фототок?

3.059. На поверхность лития падает монохроматический свет ($\lambda = 310$ нм). Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов U не менее 1,7 В. Определить работу выхода A .

6. Квантовая оптика. Световое давление.

3.060. Определить коэффициент отражения поверхности, если при энергетической освещенности $E_e = 120 \text{ Вт/м}^2$ давление света на нее равно $P = 0,5 \text{ мкПа}$.

3.061. Монохроматическое излучение с длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$ падает нормально на плоскую зеркальную поверхность и давит на нее с силой $F = 10 \text{ мН}$. Определить число n фотонов, ежесекундно падающих на эту поверхность.

3.062. Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 662 \text{ нм}$ падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление $P = 0,3 \text{ мкПа}$. Определить концентрацию n фотонов в световом пучке.

3.063. Давление P монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600 \text{ нм}$ на черную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно $0,1 \text{ мкПа}$. Определить число N фотонов, падающих за время $t = 1 \text{ с}$ на поверхность площадью $S = 1 \text{ см}^2$.

3.064. На зеркальную поверхность площадью $S = 6 \text{ см}^2$ падает нормально поток излучения $\Phi_e = 0,8 \text{ Вт}$. Определить давление P и силу давления F света на эту поверхность.

3.065. Свет падает нормально на зеркальную поверхность, находящуюся на расстоянии $r = 10 \text{ см}$ от конечного изотропного излучателя. Определить при какой мощности N излучателя давление P на зеркальную поверхность будет равным 1 мПа .

3.066. Определить энергетическую освещенность E_e зеркальной поверхности, если давление P , производимое излучением, равно 40 мкПа . Излучение падает нормально к поверхности.

3.067. На зеркальную поверхность площадью $S = 66 \text{ мм}^2$ падает нормально поток излучения $\Phi_e = 0,8 \text{ Вт}$. Определить давление и силу давления света на эту поверхность.

3.068. Давление света с длиной волны $\lambda = 400 \text{ нм}$, падающего нормально на черную поверхность, равно 2 нПа . Определить число фотонов, падающих за время $t = 10 \text{ с}$ на площадь $S = 1 \text{ мм}^2$ этой поверхности.

3.069. На поверхность площадью $S = 0,01 \text{ м}^2$ в единицу времени падает световая энергия $W = 1,05 \text{ Дж/с}$. Определить световое давление в случаях,

когда поверхность полностью отражает и полностью поглощает падающие на нее лучи.

7. Квантовая оптика. Эффект Комптона

3.070. Длина волны λ фотона равна комптоновской длине λ_c электрона. Определить энергию ε и импульс p фотона.

3.071. Фотон с энергией $\varepsilon = 0,25$ МэВ рассеялся на свободном электроне. Энергия ε' рассеянного фотона равна $0,2$ МэВ. Определить угол рассеяния θ .

3.072. Определить импульс p электрона отдачи при эффекте Комптона, если фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, был рассеян на угол $\theta = 180^\circ$.

3.073. Определить угол θ рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны $\Delta\lambda$ при рассеянии равно $3,62$ нм.

3.074. Фотон с энергией $\varepsilon = 0,4$ МэВ рассеялся под углом $\theta = 90^\circ$ на свободном электроне. Определить энергию ε' рассеянного фотона и кинетическую энергию T электрона отдачи.

3.075. Определить угол θ , на который был рассеян фотон с энергией $\varepsilon = 1,53$ МэВ при эффекте Комптона, если кинетическая энергия электрона отдачи $T = 0,51$ МэВ.

3.076. Определить импульс p_e электрона отдачи, если фотон с энергией $\varepsilon = 1,53$ МэВ в результате рассеяния на свободном электроне потерял $1/3$ своей энергии.

3.077. Фотон при эффекте Комптона на свободном электроне был рассеян на угол $\theta = \frac{\pi}{2}$. Определить импульс p в $\frac{\text{МэВ}}{c}$, приобретенный электроном, если энергия фотона до рассеяния была $\varepsilon = 1,02$ МэВ.

3.078. Рентгеновское излучение с длиной волны 1 нм рассеивается электронами, которые можно считать свободными. Определить максимальную длину волны λ_{max} рентгеновского излучения в рассеянном пучке.

3.079. Фотон с длиной волны $\lambda = 15$ нм рассеялся на свободном электроне. Длина волны рассеянного фотона $\lambda' = 16$ нм. Определить угол рассеяния.

8. Элементы атомной физики. Теория Бора

3.080. Определить энергию ε фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной.

3.081. Невозбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны $\lambda = 102,6$ нм. Определить, пользуясь теорией Бора, радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

3.082. Определить по теории Бора радиус r_2 второй стационарной орбиты и скорость v_2 электрона на этой орбите для атома водорода.

3.083. Определить изменение энергии ΔE электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с частотой $\nu = 6,28 \cdot 10^{14}$ Гц.

3.084. Определить во сколько раз изменится период T вращения электрона в атоме водорода, если при переходе в невозбужденное состояние атом излучил фотон с длиной волны $\lambda = 97,5$ нм.

3.085. Определить на сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $\lambda = 435$ нм.

3.086. В однозарядном ионе лития электрон перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить длину волны λ излучения, испущенного ионом лития.

3.087. Электрон в атоме водорода находится на третьем энергетическом уровне. Определить кинетическую T , потенциальную U и полную E энергию электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

3.088. Фотон выбивает из атома водорода, находящегося в основном состоянии, электрон с кинетической энергией $T = 10$ эВ. Определить энергию ε фотона.

3.089. Невозбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны $\lambda = 102,6$ нм. Определить, пользуясь теорией Бора, радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

9. Корпускулярно волновой дуализм вещества. Волны де Бройля

- 3.090. Определить энергию, которую необходимо сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от $\lambda_1 = 0,2$ нм до $\lambda_2 = 0,1$ нм.
- 3.091. Определить наиболее вероятную дебройлевскую длину волны λ молекул азота, содержащихся в воздухе при комнатной температуре.
- 3.092. Определить с какой скоростью движется электрон, если длина волны де Бройля λ электрона равна его комптоновской длине волны λ_c .
- 3.093. Электрон движется по окружности радиусом $r = 0,5$ см в однородном магнитном поле с индукцией $B = 8$ мТл. Определить длину волны де Бройля λ электрона.
- 3.094. Определить какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля λ была равна $0,1$ нм.
- 3.095. Электрон движется со скоростью $v = 200$ мм/с. Определить длину волны де Бройля для такого электрона, учитывая изменение массы электрона в зависимости от скорости.
- 3.096. Определить длины волн де Бройля α - частицы и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов $U = 1$ кВ.
- 3.097. Кинетическая энергия электрона равна удвоенному значению его энергии покоя. Определить длину волны де Бройля для такого электрона.
- 3.098. Электрон обладает кинетической энергией $T = 1,02$ МэВ. Определить во сколько раз изменится длина волны де Бройля, если кинетическая энергия электрона уменьшится вдвое.
- 3.099. Протон обладает кинетической энергией $T = 1$ кэВ. Определить дополнительную энергию, которую нужно сообщить протону для того, чтобы длина волны де Бройля уменьшилась в 3 раза.

10. Соотношение неопределенностей

- 3.100. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, движущегося внутри сферы радиусом $R = 0,05$ мм.
- 3.101. Электрон с кинетической энергией $T = 15$ эВ находится в металлической пылинке диаметром $d = 1$ мкм. Оценить относительную неточность $\frac{\Delta v}{v}$, с которой может быть определена скорость электрона.

3.102. Определить какова должна быть кинетическая энергия T протона в моноэнергетическом пучке, используемого для исследования структуры с линейными размерами $l \approx 10^{-13}$ см.

3.103. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину l одномерного потенциального ящика, в котором минимальная энергия электрона $E_{min} = 10$ эВ.

3.104. Приняв, что минимальная энергия нуклона в ядре равна $T = 10$ МэВ, оценить, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра.

3.105. Используя соотношение неопределенностей, оценить низший энергетический уровень электрона в атоме водорода. Принять линейные размеры атома $l \approx 0,1$ нм.

3.106. Альфа-частица находится в бесконечно глубоком одномерном прямоугольном потенциальном ящике. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину ящика, если известно, что минимальная энергия α - частицы $E_{min} = 8$ МэВ.

3.107. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, определить относительную неточность $\frac{\Delta p}{p}$ импульса этой частицы.

3.108. Используя соотношение неопределенностей, оценить наименьшие ошибки Δv в определении скорости электрона и протона, если координаты центра масс этих частиц могут быть установлены с неопределенностью

$$\Delta x = 1 \text{ мкм.}$$

3.109. Определить неточность Δx в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью $v = 1,5 \cdot 10^6$ м/с, если допускаемая неточность Δv в определении скорости составляет 10% от ее величины. Сравнить полученную неточность с диаметром атома водорода, вычисленным по теории Бора для основного состояния, и указать, применимо ли понятие траектории в данном случае.

11. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада

3.110. Определить, какая часть начального количества атомов распадается за один год в радиоактивном изотопе тория Th^{229} .

3.111. Определить, какая часть начального количества атомов радиоактивного актиния Ac^{225} останется через 5 суток.

3.112. За один год начальное количество радиоактивного изотопа уменьшилось в 3 раза. Определить, во сколько раз оно уменьшится за два года.

3.113. Определить, за какое время t распадается $\frac{1}{4}$ начального количества ядер радиоактивного изотопа, если период его полураспада $T_{1/2} = 24$ ч.

3.114. За время $t = 8$ сут. распалось $\frac{3}{4}$ начального количества ядер радиоактивного изотопа. Определить период полураспада $T_{1/2}$.

3.115. Период полураспада $T_{1/2}$ радиоактивного нуклида равен 1 ч. Определить среднюю продолжительность τ жизни этого нуклида.

3.116. Определить, какая часть начального количества радиоактивного нуклида распадается за время t , равное средней продолжительности τ жизни этого нуклида.

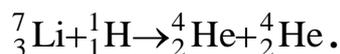
3.117. Определить число N ядер, распадающихся в течение времени $t = 1$ мин. в радиоактивном изотопе фосфора P_{15}^{32} массой $m = 1$ мг.

3.118. Некоторый радиоактивный изотоп имеет постоянную распада $\lambda = 4 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$. Определить, через какое время t распадается 75% первоначальной массы m атомов.

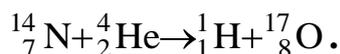
3.119. Определить постоянную распада λ радона, если известно, что число атомов радона уменьшается за время $t = 1$ сут. на 18,2%.

12. Ядерные реакции

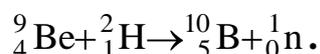
3.120. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



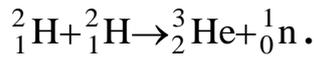
3.121. Вычислить энергию Q , поглощающуюся при реакции



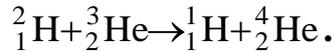
3.122. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



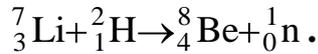
3.123. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



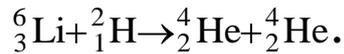
3.124. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



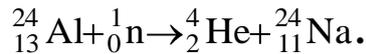
3.125. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



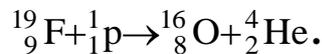
3.126. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



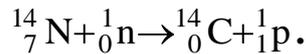
3.127. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



3.128. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



3.129. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²
Гравитационная постоянная	G	6,67·10 ⁻¹¹ м ³ /(кг·с ²)
Постоянная Авогадро	N _A	6,02·10 ²³ моль ⁻¹
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Стандартный объем*	V _m	22,4·10 ⁻³ м ³ /моль
Постоянная Больцмана	k	1,38·10 ⁻²³ Дж/К
Элементарный заряд	e	1,60·10 ⁻¹⁹ Кл
Скорость света в вакууме	c	3,00·10 ⁸ м/с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	5,67·10 ⁻⁸ Вт/(м ² ·К ⁴)
Постоянная закона смещения Вина	b	2,90·10 ⁻³ м·К
Постоянная Планка	h	6,63·10 ⁻³⁴ Дж·с
	ħ	1,05·10 ⁻³⁴ Дж·с
Постоянная Ридберга	R	1,10·10 ⁷ м ⁻¹
Радиус Бора	a	0,529·10 ⁻¹⁰ м
Комптоновская длина волны электрона	λ	2,43·10 ⁻¹² м
Магнетон Бора	μ _B	0,927·10 ⁻²³ А·м ²
Энергия ионизации атома водорода	E _i	2,18·10 ⁻¹⁸ Дж (13,6 эВ)

Атомная единица массы	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

* Молярный объем идеального газа при нормальных условиях

2. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8$ м

3. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м ³	Твердое тело	Плотность, кг/м ³
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3$
Барий	$3,50 \cdot 10^3$	Никель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадий	$6,02 \cdot 10^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3$
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Серебро	$10,5 \cdot 10^3$
Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Цезий	$1,90 \cdot 10^3$
Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

4. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м ³	Жидкость	Плотность, кг/м ³
Вода (при 4°C)	$1,00 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$	Спирт	$0,80 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$		

5. Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м ³	Газ	Плотность, кг/м ³
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

6. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Вода	81	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0
Эбонит	3,0	Фарфор	6,0

7. Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$

8. Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,50

9. Работа выхода электронов

Металл	A, Дж	A, эВ
Калий	$3,5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Литий	$3,7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Платина	$10 \cdot 10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3,4 \cdot 10^{-19}$	2,1
Серебро	$7,5 \cdot 10^{-19}$	4,7
Цезий	$3,2 \cdot 10^{-19}$	2,0
Цинк	$6,4 \cdot 10^{-19}$	4,0

10. Относительные атомные массы (округление значения) A_r и порядковые номера Z некоторых элементов

Элемент	Символ	A_r	Z	Элемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50

Гелий	He	4	2	Платина	Pt	196	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Аn	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

11. Массы атомов легких изотопов

ИЗОТОП	Символ	Масса, а.е.м.	ИЗОТОП	Символ	Масса, а.е.м.
Нейтрон	1_0n	1,00867	Бор	${}^{10}_5B$	10,01294
				${}^{11}_5B$	11,00930
Водород	1_1H	1,00783	Углерод	${}^{12}_6C$	12,00000
	2_1H	2,01410		${}^{13}_6C$	13,00335
	3_1H	3,01605		${}^{14}_6C$	14,00324
Гелий	3_2He	3,01603	Азот	${}^{14}_7N$	14,00307
	4_2H	4,00260			
Литий	6_3L	6,01513	Кислород	${}^{16}_8O$	15,99491
	7_3Le	7,01601			
Бериллий	7_4Be	7,01693			
	9_4Be	9,01219			

12. Периоды полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	Символ	Период полураспада
Актиний	${}_{89}^{225}Ac$	10 сут
Йод	${}_{53}^{131}I$	8 сут
Кобальт	${}_{27}^{60}Co$	5,3 г
Магний	${}_{12}^{27}Mg$	10 мин
Радий	${}_{86}^{226}Ra$	1620 лет
Радон	${}_{86}^{222}Rn$	3,8 сут
Стронций	${}_{38}^{90}Sr$	27 лет
Фосфор	${}_{15}^{32}P$	14,3 сут
Церий	${}_{58}^{144}Ce$	285 сут

13. Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_0		F_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α -частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733
Нейтральный π -мезон	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14498	$2,16 \cdot 10^{-11}$	135

14. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санتي	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^9	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^3	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-18}

15. Греческий алфавит

Обозначения букв	Название букв	Обозначения букв	Название букв
Α, α	альфа	Ν, ν	ню
Β, β	бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	гамма	Ο, ο	омикрон
Δ, δ	дэльта	Π, π	пи
Ε, ε	эпсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
Η, η	эта	Τ, τ	тау
Θ, θ	тэта	Υ, υ	ипсилон
Ι, ι	иота	Φ, φ	фи
Κ, κ	каппа	Χ, χ	хи
Λ, λ	лямбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	ми	Ω, ω	омега

Список рекомендованной литературы

1. Зисман Г.А., Тодес М.Х. Курс общей физики. М.: Высшая школа, 1988.
2. Иродов И.Е. Основные законы механики. М.: Высшая школа, 1985.
3. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. М.: Высшая школа, 1990.
4. Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука, 1977, 1988.
5. Кухлинг Х. Справочник по физике. М.: Мир, 1982.
6. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1990.
7. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 1988.
8. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. М.: Высшая школа, 1988, 1997.

Содержание

Стр

Программа курса общей физики.....	4
Общие методические указания к решению задач и выполнению контрольных работ.....	12
Физические основы классической механики. Гармонические колебания. Молекулярная физика и термодинамика.....	14
Основные понятия и формулы.....	14
Примеры решения задач.....	23
Контрольная работа 1.....	52
Электростатика. Постоянный электрический ток. Электромагнетизм..	69
Основные понятия и формулы.....	69
Примеры решения задач.....	80
Контрольная работа 2.....	99
Оптика. Элементы атомной и ядерной физики, квантовой механики	118
Основные понятия и формулы.....	118
Примеры решения задач.....	125
Контрольная работа 3.....	145
Приложения.....	158
Список рекомендованной литературы	162